COMPTES RENDUS
DES SÉANCES
DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 20 JANVIER 1873.

PRÉSIDENCE DE M. DE QUATREFAGES.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce, dans les termes suivants, la perte que l'Académie vient de faire en la personne de M. le baron *Charles Dupin,* Membre de la Section de Mécanique :

« Il y a bien peu de temps que j'ai l'honneur de siéger dans ce fauteuil, et déjà je dois remplir auprès de l'Académie une bien douloureuse mission. J'ai à lui annoncer la mort d'un de ses Membres les plus justement respectés, M. le baron Dupin, le dernier survivant de ces trois frères qui ont joué dans notre pays un rôle que personne n'a oublié.

» Voici dans quels termes M. le comte du Hamel, gendre de notre confrère, rend compte de cette mort :

« Paris, 18 janvier 1873.

» Monsieur le Président,

» J'ai l'honneur de vous apprendre la mort de M. le baron Charles Dupin.

» Mon beau-père a succombé ce matin, 18, à $8^h 30^m$. M. Dupin est mort en pleine connaissance, patient, résigné, reconforté par la foi, muni des sacrements de l'Église, et confiant dans la miséricorde divine.

» Mme la baronne Dupin, en proie à la douleur la plus vive, amplement justifiée par toutes les excellentes qualités de M. Dupin, m'a chargé de vous faire part de son malheur, et en même temps de vous prier d'en donner la fâcheuse nouvelle à vos collègues, — col-

lègues que, durant toute sa vie, M. Dupin s'était toujours efforcé à entourer d'un sincère dévouement et d'une profonde considération ! »

» M. Dupin était un de nos doyens à double titre. Il était âgé de 89 ans; il était Membre de l'Académie des Sciences depuis 1818 et comptait ainsi près de 55 ans d'Institut. Il était en outre Membre de l'Académie des Sciences morales et politiques depuis 1832.

» Il ne m'appartient pas de parler des travaux qui ont mérité à notre vénéré confrère cette double nomination. Des voix plus autorisées que la mienne le feront demain et plus tard. Mais ce qu'il m'est permis de rappeler, c'est l'ensemble de cette longue vie si constamment honorable, toujours consacrée au service du pays et si bien remplie par le travail. M. Dupin a travaillé jusqu'au dernier jour de sa vie. Dans ces dernières années, lorsqu'il manquait à vos séances, où il fut longtemps si assidu, c'est qu'il travaillait dans son cabinet; et vous savez tous comment il revenait parmi nous dès qu'il croyait avoir à dire quelque chose de beau, de bon ou d'utile. Vous n'avez pas oublié que, dans la première séance de cette année, à propos du mouvement de la population française, il nous communiquait, de cette voix cassée par l'âge, mais qui savait si bien se faire entendre et écouter, une Note tout empreinte des deux sentiments qui n'ont cessé d'animer notre confrère : l'amour de la science et celui de la patrie.

» Les obsèques de M. le baron Dupin auront lieu demain, à midi très-précis. »

GÉOMÉTRIE. — *Note relative à la détermination du nombre des points d'intersection de deux courbes d'ordre quelconque, qui se trouvent à distance finie;* par M. CHASLES.

« Les équations de deux courbes, de degrés p et p', étant

$$(x^m, y^n)^p = 0 \quad \text{et} \quad (x^{m'}, y^{n'})^{p'} = 0,$$

le nombre de leurs points communs situés à distance finie est

$$pp' - (p-m)(p'-m') - (p-n)(p'-n') - \omega \text{ (*)},$$

ω étant le nombre des points communs aux deux courbes qui se trouvent sur la droite de l'infini, autres que ceux qui, situés sur cette droite et sur les axes des coordonnées, sont représentés par les deux termes $(p-m)(p'-m')$, $(p-n)(p'-n')$. Cela résulte de ce que *le nombre total des points (réels ou*

(*) *Comptes rendus*, t. LXXV, p. 736; séance du 30 septembre 1872. — Page 739, ligne 15, *au lieu de* lequel pourra être en contact, *lisez* soit que le contact ait lieu.

imaginaires) communs à deux courbes d'ordre p *et* p′ *est toujours* pp′. En donnant une première démonstration de ce théorème par le principe de correspondance, j'ai annoncé que le même raisonnement se prêtait à une seconde démonstration. C'est celle-ci qui fait le sujet de la présente Note. Cette démonstration, extrêmement simple, repose sur une seule propriété des courbes géométriques, savoir : que le nombre des tangentes, réelles ou imaginaires, qu'on peut mener par un point à une courbe, est constant, quel que soit le point; ce qui est évident, puisque la recherche de ce nombre est un problème déterminé.

» Théorème. — *Le nombre des points communs à deux courbes d'ordre* p *et* p′ *est* pp′.

» *Démonstration*. — Une droite IX, tournant autour d'un point I, rencontre la première courbe en p points α; par chacun de ces points, on mène les tangentes de la seconde courbe, qui (réelles ou imaginaires) sont en nombre constant q', ce qui fait pq' tangentes; et par leurs points de contact α', on mène pq' droites IU : ces pq' droites correspondent à la droite IX. A une droite IU correspondent pp' droites IX; car cette droite IU rencontre la seconde courbe en p' points α', et les tangentes en ces points coupent la première courbe en $p'p$ points α, par lesquels passent les $p'p$ droites IX correspondant à IU. Il existe donc $pq' + pp'$ droites IX coïncidant chacune avec une droite correspondante IU. pq' de ces droites coïncident avec les q' tangentes de la seconde courbe, qu'on peut mener par le point I; et les pp' autres sont les droites qui passent par les points d'intersection des deux courbes. Donc ces points d'intersection sont en nombre pp'. Ce qu'il fallait démontrer.

» *Observation*. — Au lieu des tangentes, que l'on suppose menées de chaque point de la première courbe à la seconde, on peut se servir des normales : le raisonnement et la conclusion sont les mêmes. On dira : Une droite IX rencontre la première courbe en p points α, de chacun desquels on mène les normales de la seconde courbe, en nombre constant q', ce qui fait pq' normales; par leurs pieds, on mène pq' droites IU. Une droite IU, menée arbitrairement, coupe la seconde courbe en p' points; et les normales en ces points rencontrent la première courbe en $p'p$ points, par lesquels passent $p'p$ droites IX. Il existe donc $pp' + pq'$ droites IX qui coïncident chacune avec une droite correspondante IU. De ces coïncidences, pq' ont lieu sur les q' normales de la seconde courbe menées par le point I : ce sont des solutions étrangères, et chacune des pp' autres coïncidences a lieu quand une droite IX passe par un point commun aux

deux courbes, car ce point est le pied d'une normale à la seconde courbe. Le théorème est donc démontré.

» Il serait rare de trouver un pareil exemple de l'usage des tangentes ou des normales, indifféremment, dans une même démonstration.

» On conçoit que le principe de correspondance s'applique avec la même facilité à la démonstration du théorème corrélatif, savoir : que le nombre des tangentes communes à deux courbes de la classe n, n', respectivement, est nn'.

» *Démonstration.* — D'un point x d'une droite L on mène n tangentes à la première courbe; puis, de leurs points de contact, nn' tangentes à la deuxième courbe, lesquelles coupent L en nn' points u. D'un point u de L on mène n' tangentes à la deuxième courbe, lesquelles rencontrent la première courbe en $n'm$ points; les tangentes en ces points coupent L en $n'm$ points x. Il existe donc $nn' + n'm$ points x qui coïncident chacun avec un point u correspondant. $n'm$ de ces points coïncident avec les m points de la première courbe situés sur L. Les nn' autres appartiennent à nn' tangentes communes aux deux courbes. Donc, etc.

» Le même raisonnement convient pour démontrer que deux courbes U_m^n, $U_{m'}^{n'}$ admettent $(m+n)(m'+n')$ normales communes; ou bien, que $n(m'+n')$ tangentes de la première courbe sont normales à la seconde.

» Je vais donner quelques exemples de contacts d'*ordre supérieur* en des points de l'infini, exemples que l'on ne rencontre guère, je crois, dans les Traités de Géométrie analytique, ainsi que dans les applications de la Théorie de l'Élimination, que pour des contacts simples.

» La tangente au point de contact des deux courbes, supposé à l'infini, peut avoir quatre positions différentes qu'il y a lieu de distinguer. Elle sera un des axes coordonnés, ou parallèle à un de ces axes, ou aura une direction quelconque, ou enfin elle sera la droite de l'infini. Ce dernier cas se subdivise, relativement à la position du point de contact, qui peut être sur un axe coordonné ou dans une direction quelconque.

» I.
$$ax^2y + bxy + cx + ey^2x + fy^2 = 0,$$
$$ax^2y + bxy + cx + e'y^2x + f'y^2 = 0.$$

Faisant
$$pp' - (p-m)(p'-m') - (p-n)(p'-n') = \mathrm{N},$$
on a ici
$$\mathrm{N} = 9 - 1 - 1 = 7.$$

Les deux courbes sont tangentes à l'axe Ox en son point de l'infini, et

ont en ce point un contact du troisième ordre; donc $\omega = 3$, et $N - \omega = 4$. Ainsi les courbes ont quatre points communs à distance finie : deux de ces points coïncident en O, où les courbes sont tangentes à l'axe Oy; les deux autres sont sur la droite $(e-e')x+f-f'=0$.

» I'. $ay^3x + cy^2x + fy^2 + bx^2y^2 + ex^2y + gxy + hx^2 = 0,$

$ay^3x + cy^2x + fy^2 + b'x^2y^2 + e'x^2y + g'xy + h'x^2 = 0.$

» $N = 16 - 1 - 4 = 11$. Les deux courbes sont tangentes à l'axe Oy à l'infini, et ont en ce point un contact du troisième ordre, ce qui leur fait trois points à l'infini, outre celui qui a été compté dans la valeur de N. Ainsi $\omega = 3$ et $N - \omega = 8$. Les courbes ont donc huit points communs à distance finie. Quatre de ces points coïncident à l'origine des coordonnées, où les deux courbes ont chacune un point double. Les quatre autres sont déterminés par une équation du quatrième degré en y, qu'on obtient ainsi : des deux équations soustraites l'une de l'autre, puis divisées par xy, on tire une expression de x en fonction de y, qui, mise dans une des équations, donne l'équation finale du quatrième degré.

» II. $ay^2x + by^2 + cy + ex^2y + fx^2 + gxy + hx = 0,$

$a'y^2x + b'y^2 + c'y + ex^2y + fx^2 + gxy + hx = 0.$

» $N = 9 - 1 - 1 = 7$. Les deux courbes ont un contact du second ordre au point de l'infini sur Ox; leur tangente en ce point est la droite $y = -\frac{f}{e}$; on a donc $\omega = 2$ et $N - \omega = 5$. Ainsi les courbes ont cinq points communs à distance finie. L'un de ces points est à l'origine des coordonnées. Les quatre autres sont déterminés par une équation finale en x ou en y, qu'on obtient sans difficulté; car des deux équations proposées on tire celle-ci :

$$(a-a')yx + (b-b')y + (c-c') = 0,$$

et la valeur de x ou de y tirée de cette équation et mise dans l'une des deux premières, donne une équation du quatrième degré.

» II'. $ax^3y + bx^2y^2 + cx^2 + ex^2y + fy^2x + gy^2 + hyx = 0.$

$ax^3y + bx^2y^2 + cx^2 + ex^2y + f'y^2x + g'y^2 + h'yx = 0.$

» $N = 16 - 1 - 4 = 11$. Les courbes ont à l'infini chacune un point double sur l'axe Oy, et un point simple sur l'axe Ox; donc $N = 16 - 4 - 1 = 11$. Mais ce point sur l'axe Ox est un contact du second ordre dont la tangente a pour équation $y = -\frac{c}{a}$, ce qui fait deux points de plus à

l'infini. Enfin les deux courbes ont en outre un point d'intersection à l'infini dans la direction de la droite $y = -\frac{a}{b}x$. On a donc $\omega = 2 + 1 = 3$. et $N - 3 = 8$. Ainsi les deux courbes ont huit points communs à distance finie. Cinq de ces points coïncident à l'origine des coordonnées où les deux courbes ont chacune un point double, dont une branche de chacune est tangente à l'axe Ox. Les trois autres points communs aux deux courbes sont déterminés par une équation finale en x ou en y du troisième degré. En effet, des deux équations proposées, soustraites l'une de l'autre, on tire celle-ci :

$$(f - f')yx + (g - g')y + (h - h')x = 0,$$

et l'élimination de x ou de y entre cette équation et l'une des premières conduit à l'équation du troisième degré.

» III.
$$9x^4 - x^2y^2 - xy^2 - 3xy + y^2 = 0,$$
$$9x^4 - x^2y^2 + 9x^3 - 6x^2y - 18x^2 + 2y^2 = 0.$$

» $N = 16 - 2.2 = 12$. Les deux courbes ont un contact du second ordre en un point de l'infini, situé dans la direction de la droite $y = 3x$ $\left(\text{leur tangente en ce point ayant pour équation } y = 3x - \frac{3}{2}\right)$. Donc $\omega = 3$ et $N - \omega = 9$. Ainsi les deux courbes ont neuf points communs à distance finie. Cinq coïncident à l'origine O, où les deux courbes ont chacune un point double, dont deux branches ont une tangente commune. Les quatre autres points communs aux deux courbes sont déterminés par une équation finale en x du quatrième degré, qu'on obtient en retranchant les deux équations l'une de l'autre, d'où l'on conclut $y = \frac{3x(x-2)}{(x+1)}$; cette valeur de y, mise dans une des équations, la réduit au quatrième degré en x.

» III'.
$$5x^3 - 6x^2y + xy^2 + 5x^2 - 4xy + y^2 + 3y = 0.$$
$$5x^2 - 6xy + y^2 - 4x - 2y + 3 = 0.$$

» $N = 6$. Les deux courbes ont deux points communs à l'infini ; l'un, dans la direction de la droite $y = 5x$, est un point d'intersection ; et l'autre, dans la direction de la droite $y = x$, est un point de contact du second ordre, dont la tangente a pour équation $y = x + \frac{1}{2}$, ce qui fait quatre points communs à l'infini ; donc $\omega = 4$ et $N - \omega = 2$. Ainsi les deux courbes ont deux points communs à distance finie. On trouve sans

difficulté que ces points ont pour coordonnées $x = -\frac{3}{2}$, $y = -\frac{3}{2}$, et $x = -\frac{9}{7}$, $y = -\frac{30}{7}$.

» IV. $$ax^2y^2 + bxy^2 + ey^3 + cx^2y + fx^2 + gxy + hy = 0,$$
$$ax^2y^2 + bxy^2 + ey^3 + c'x^2y + f'x^2 + g'xy + h'y = 0.$$

» $N = 16 - 4 - 1 = 11$. Ces courbes sont tangentes à la droite de l'infini à l'extrémité de l'axe Oy, et ont en ce point un contact du troisième ordre, ce qui leur fait trois points communs, outre celui qui se trouve compris dans la valeur de N. Ainsi $\omega = 3$, et $N - \omega = 8$. Les courbes ont donc huit points communs à distance finie. Quatre de ces points coïncident à l'origine des coordonnées où les deux courbes ont chacune un point double. Les quatre autres sont déterminés par une équation finale du quatrième degré en x, qui s'obtient sans difficulté. Les deux équations étant soustraites l'une de l'autre, il en résulte une équation où y n'entre qu'au premier degré, et dont la valeur, mise dans l'une des deux proposées, donne l'équation du quatrième degré en x.

» IV'. $$ay^2x^2 + byx^2 + cx^3 + ey^2x + fy^2 + gyx + hx^2 = 0,$$
$$ay^2x + byx + cx^2 + g'y + h'x = 0.$$

» $N = 12 - 1 - 2 = 9$. Les deux courbes sont tangentes à la droite de l'infini à l'extrémité de l'axe Ox, et ont en ce point un contact du troisième ordre; ce qui leur fait trois points communs, outre celui qui entre dans la valeur de N : ainsi $\omega = 3$ et $N - \omega = 6$. Les courbes ont donc six points communs à distance finie. Deux de ces points sont à l'origine des coordonnées, où la première courbe a un point double. Les quatre autres se peuvent déterminer par une équation du quatrième degré en $\left(\frac{y}{x}\right)$, dont les racines α exprimeront les directions des droites $y = \alpha x$, qui, partant de l'origine O, passent par les quatre points. En effet, la seconde équation étant multipliée par x et soustraite de la première, on a

$$ey^2x + fy^2 + (g - g')xy + (h - h')x^2,$$
$$e\frac{y^2}{x^2}x + f\frac{y^2}{x^2} + (g - g')\frac{y}{x} + (h - h') = 0,$$

d'où

$$\frac{1}{x} = -\frac{e\frac{y^2}{x^2}}{f\frac{y^2}{x^2} + (g - g')\frac{y}{x} + (h - h')}.$$

» Cette valeur de $\frac{1}{x}$, mise dans la première équation, divisée d'abord par x^4, et écrite ainsi,

$$a\frac{y^2}{x^2} + \left(e\frac{y^2}{x^2} + b\frac{y}{x} + c\right)\frac{1}{x} + \left(f\frac{y^2}{x^2} + g\frac{y}{x} + h\right)\frac{1}{x^2} = 0,$$

la transforme en une équation du quatrième degré en $\frac{y}{x}$, dont les racines déterminent les quatre points communs aux deux courbes.

» V. $\quad ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dx^2 + exy + fx + gy = 0,$
$\qquad ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f' = 0,$

où l'on a

$$b^2 - 4ac^2 = 0.$$

» $N = 6$. Les deux courbes ont un point commun à l'infini, dans la direction de la droite $y = -\frac{b}{2c}x$; elles sont tangentes en ce point à la droite de l'infini, et ont entre elles un contact du troisième ordre; donc $\omega = 4$ et $N - \omega = 2$. Ainsi les courbes ont deux points communs à distance finie. Et, en effet, ces points sont accusés par l'équation

$$(f - f')x + gy = 0,$$

qu'on tire des deux proposées.

» V'. $\quad x^3 + 2x^2y + xy^2 - x^2 - 4xy - 2x - 3y = 0,$
$\qquad x^3 + 2x^2y + xy^2 - x^2 - 4xy - 3x - y = 0,$

» $N = 9 - 1 = 8$. Ces deux courbes sont tangentes, à la droite de l'infini, au point situé dans la direction $y = x$, et ont en ce point un contact du troisième ordre. En outre, elles sont tangentes à l'axe Oy au point de l'infini; on a donc $\omega = 4 + 1 = 5$ et $N = 8 - 5 = 3$. Ainsi les deux courbes ont trois points communs à distance finie. L'un de ces points est à l'origine des coordonnées, les deux autres sont sur la droite $2y - 5x = 0$.

» *Observation.* — On facilite les calculs relatifs à des contacts d'ordre supérieur en des points de l'infini, en les ramenant à des contacts de même ordre à des distances finies, par une transformation homographique. Les formules les plus simples sont celles-ci :

$$x = \frac{1}{y'}, \quad y = \frac{x'}{y'}, \quad \text{et} \quad x = \frac{1}{x'}, \quad y = \frac{y'}{x'},$$

par lesquelles la droite de l'infini devient un des axes coordonnés. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur de nouveaux dérivés du propyle;* Note de M. A. CAHOURS.

« L'alcool propylique, dont l'existence a été signalée pour la première fois par M. Chancel dans les eaux-de-vie de marc, et que M. Berthelot a reproduit postérieurement par voie synthétique, n'avait été, jusque dans ces dernières années, l'objet d'aucune étude, en raison de sa rareté.

» C'est à M. Chancel d'une part, à MM. Isidore Pierre et Puchot d'une autre que nous sommes redevables de la connaissance de quelques combinaisons éthérées qui s'y rattachent. Ces derniers surtout, s'étant procuré récemment une source assez abondante de cet alcool, en ont profité pour préparer quelques éthers simples et composés dont ils ont fait ressortir les ressemblances avec les dérivés analogues de l'alcool et de l'esprit de bois, résultat auquel on était en droit de s'attendre.

» Ayant étudié d'une manière assez approfondie, il y a douze ans environ, certains composés résultant de l'association de métalloïdes ou de métaux avec le méthyle et l'éthyle qui, par leurs fonctions, se comportent comme de véritables radicaux, j'ai profité, de mon côté, de la possibilité de me procurer cet alcool pour essayer de réaliser dans la série du propyle la formation de composés analogues à ceux qui avaient fait l'objet de mes précédentes études. C'est le résultat de ces recherches encore fort incomplètes que j'ai l'honneur de présenter aujourd'hui à l'Académie, me proposant de les poursuivre et de les compléter autant qu'il me sera possible.

» *Sulfure de propyle.* — Ce composé s'obtient très-facilement en faisant agir dans des tubes scellés soit l'iodure, soit le chlorure de propyle sur une dissolution alcoolique de monosulfure de potassium. L'action commence peu de temps après le mélange des matières, et se complète par une digestion de quelques heures au bain-marie. Quand le dépôt de chlorure ou d'iodure alcalin n'augmente plus, on soumet le contenu des tubes à la chaleur du bain-marie pour expulser la majeure partie de l'alcool, et l'on reprend le résidu par l'eau. Il se sépare alors une huile jaunâtre d'une odeur fétide, plus légère que l'eau, qui, séchée sur du chlorure de calcium anhydre, et purifiée par une nouvelle distillation, bout entre 130 et 135 degrés. Sa densité est de 0,814 à la température de 17 degrés. Traité en vases clos par de l'iodure de propyle additionné d'un peu d'eau, ce sulfure donne

naissance à l'iodure d'une sulfine représenté par la formule

$$C^{18}H^{21}IS^2 = S^2 \left\{ \begin{matrix} C^6H^7 \\ C^6H^7 \\ C^6H^7 \end{matrix} \right\} I.$$

» Cet iodure, traité successivement par l'oxyde d'argent, l'acide chlorhydrique et le bichlorure de platine, donne un chloroplatinate de couleur orangée, très-nettement cristallisé, représenté par la formule

$$S^2(C^6H^7)^3Cl, \quad PtCl^2.$$

» L'iodure de propyle, par son contact avec les sulfures de méthyle et d'éthyle, a donné naissance à des composés analogues représentés par les formules

$$S^2(C^2H^3)^2(C^6H^7)I \quad \text{et} \quad S^2(C^4H^5)^2(C^6H^7)I,$$

et, par suite, aux chloroplatinates

$$S^2(C^2H^3)^2(C^6H^7)Cl, PtCl^2 \quad \text{et} \quad S^2(C^4H^5)^2(C^6H^7)Cl, PtCl^2.$$

» Les iodures de méthyle et d'éthyle engendrent par leur action sur le sulfure de propyle des composés semblables aux précédents, dont je me dispenserai d'écrire les formules.

» *Mercure propyle.* — Les recherches de MM. Franckland et Duppa nous ont permis d'obtenir très-facilement le mercure éthyle et le mercure méthyle en faisant voir sur l'amalgame de sodium, non les iodures de ces radicaux employés seuls, mais un mélange de ces corps et d'éther acétique, dont on ne s'explique pas trop bien le rôle, mais qui facilite la réaction, ce qui est hors de toute contestation.

» En remplaçant dans cette expérience les iodures de méthyle et d'éthyle par l'iodure de propyle, une réaction analogue se produit, et l'on obtient, lorsque l'action est épuisée, une matière pâteuse qui, traitée par une solution étendue de potasse et par l'eau distillée, donne une huile pesante qui, exposée au bain-marie tant qu'il passe quelque chose et distillée finalement une ou deux fois à feu nu, donne le mercure propyle.

» Ce produit se présente sous la forme d'un liquide incolore et très-mobile. Son odeur, faible à froid, devient très-pénétrante lorsqu'on le chauffe. Il est presque entièrement insoluble dans l'eau, beaucoup plus soluble dans l'alcool, très-soluble dans l'éther.

» Sa densité est de 2,124 à la température de 16 degrés. Il bout entre 189 et 191 degrés.

» L'iode agit avec une grande énergie sur le mercure propyle; chaque fragment de ce corps produit en arrivant au contact du liquide le bruit d'un fer rouge qu'on plonge dans l'eau. La couleur de l'iode disparaît immédiatement, et le liquide se prend par le refroidissement en une bouillie d'écailles blanches qu'on peut purifier en les faisant redissoudre dans l'alcool bouillant et abandonnant la liqueur à un refroidissement très-lent. Il se dépose alors des écailles brillantes d'aspect nacré qui répandent une odeur désagréable.

» Une solution aqueuse de brome se décolore instantanément au contact du mercure propyle en donnant naissance à des lamelles brillantes qui présentent la plus grande ressemblance avec l'iodure précédent.

» Le zinc décompose le mercure propyle à une température de 100 à 120 degrés, déplace le mercure et donne naissance à du *zinc propyle*. Ce même produit se forme également lorsqu'on fait agir le chlorure de propyle sur un alliage de zinc et de sodium.

» L'aluminium en feuilles minces chauffé à 120 degrés dans des tubes scellés avec le mercure propyle en opère la décomposition en mettant en liberté du mercure métallique. Le liquide contenu dans le tube, distillé dans un appareil rempli d'hydrogène, passe entre 240 et 245 degrés et se condense en un liquide qui répand à l'air d'épaisses fumées, et se décompose immédiatement au contact de l'eau en donnant naissance à un dégagement abondant de gaz combustible, et laissant pour résidu de l'alumine gélatineuse. Il s'est donc formé dans ces conditions de l'*aluminium propyle*, de même qu'il se forme de l'aluminium éthyle dans l'action réciproque de l'aluminium et du mercure éthyle.

» La composition du mercure propyle, entièrement comparable à celle du mercure éthyle, est représentée par la formule

$$Hg\,(C^6\,H^7)^2.$$

» *Stanpropyles.* — J'ai, dans un long Mémoire consacré à l'étude des radicaux organométalliques, et dans lequel je me suis efforcé d'expliquer le rôle de ces intéressants composés, fait connaître une série de produits se rapportant à l'étain, dans lesquels ce métal, qui fonctionne comme élément tétratomique, se trouve associé à 2, 3, 4 équivalents de méthyle ou d'éthyle composés, qui sont représentés par les formules

$$Sn\,(C^2\,H^3)^2,\quad Sn\,(C^2\,H^3)^3,\quad Sn\,(C^2\,H^3)^4,$$
$$Sn\,(C^4\,H^5)^2,\quad Sn\,(C^4\,H^5)^3,\quad Sn\,(C^4\,H^5)^4.$$

» Les composés $Sn(C^2H^3)^4$ et $Sn(C^4H^5)^4$, dans lesquels le métal est saturé, ne sauraient jouer le rôle de radicaux, tandis que, l'étain n'étant pas arrivé à l'état de saturation dans les composés qui les précèdent, ceux-ci peuvent s'assimiler 2 ou 1 équivalents d'oxygène, de chlore, de brome, d'iode, de cyanogène pour engendrer des composés, dont l'existence ainsi que la composition était prévue d'avance, et qui se comportent à la manière des oxydes, chlorures, iodures, cyanures métalliques. On ne pouvait douter, d'après cela, de la possibilité d'engendrer des composés analogues dans la série du propyle; néanmoins il devenait intéressant de les produire et d'en étudier les propriétés. C'est ce que je me suis empressé de faire, en mettant à profit l'alcool propylique que j'avais à ma disposition.

» Lorsqu'on fait agir l'étain en feuilles minces sur l'iodure de méthyle, à la température de 120 à 130 degrés, le métal disparaît promptement et donne une masse solide magnifiquement cristallisée qui n'est accompagnée que de traces d'un produit liquide à odeur de moutarde, composé qui se forme au contraire en quantités considérables, lorsqu'on remplace l'étain pur par des alliages renfermant de 5 à 8 pour 100 de sodium.

» Remplace-t-on l'iodure de méthyle par celui d'éthyle, dans l'expérience précédente, on observe pareillement la formation assez rapide d'un composé solide; mais le produit liquide à odeur pénétrante apparaît, dans ce cas, en proportion plus considérable que précédemment.

» La composition des iodures solides et cristallisés est représentée par les formules

$$Sn(C^2H^3)^2I^2 \quad \text{et} \quad Sn(C^4H^5)^2I^2;$$

celle des iodures liquides à odeur pénétrante par

$$Sn(C^2H^3)^3I \quad \text{et} \quad Sn(C^4H^5)^3I.$$

» En substituant l'iodure de propyle aux iodures éthylique et méthylique, j'ai obtenu des différences très-tranchées. Lorsqu'on chauffe entre 110 et 120 degrés, dans des tubes scellés à la lampe, des feuilles minces d'étain avec de l'iodure de propyle, on voit se produire des cristaux d'iodure rouge d'étain, accompagné d'une proportion presque insignifiante de lamelles blanches. La substance formée dans ces circonstances demeure liquide et répand l'odeur forte et pénétrante qui rappelle celle des iodures de tristanméthyle et de tristannéthyle. Ce composé s'obtient plus facilement et plus promptement en chauffant au bain-marie dans des tubes scellés de l'iodure de propyle avec un alliage d'étain et de sodium renfer-

mant 6 pour 100 de ce dernier et réduit en poudre grossière. Après une chauffe de huit à dix heures, l'action est entièrement terminée. On épuise alors le contenu des tubes par de l'éther, on filtre et l'on chauffe au bain d'eau pour chasser l'éther; après quoi, on procède à la distillation du liquide restant. Le température s'élève très-rapidement à 265 degrés; il ne s'est alors condensé dans le récipient que de très-petites quantités du liquide; le reste passe en entier entre 265 et 272 degrés.

» Ce dernier, soumis à une nouvelle rectification, fournit un liquide incolore à odeur pénétrante qui excite le larmoiement et irrite la peau qu'il rubéfie. Le liquide rectifié bout régulièrement entre 269 et 270 degrés. Sa densité est de 1,692 à 16 degrés. L'analyse de ce produit conduit à la formule

$$Sn(C^6H^7)^3I.$$

» C'est donc, comme on pouvait le prévoir, l'*iodure de tristanpropyle*. L'action de l'iodure de propyle sur l'étain pur présente donc des résultats différents de ceux que fournissent ses homologues inférieurs, qui, dans les mêmes circonstances, donnent naissance presque exclusivement à des iodures cristallisés.

» En distillant l'iodure de tristanpropyle avec une solution très-concentrée de potasse caustique, à laquelle on ajoute des fragments de cette substance, on recueille dans le récipient un liquide formé de deux couches, dont l'inférieure est une huile pesante qui surnage de l'eau qui en est saturée. Abandonnée au refroidissement, cette huile se concrète en une masse formée de prismes magnifiques entre-croisés dont la réaction est alcaline. C'est l'oxyde de tristanpropyle hydraté

$$Sn(C^6H^7)^3O, HO.$$

» Distillés sur des fragments de baryte anhydre, ces cristaux se déshydratent et donnent un liquide huileux, qui est l'oxyde de tristanpropyle anhydre

$$Sn^2(C^6H^7)^6O^2.$$

» Ajoute-t-on de l'eau à ce liquide, il se concrète en s'échauffant et reproduit l'hydrate précédent. Cet oxyde forme, avec l'acide sulfurique, un composé peu soluble dans l'eau, qui se dissout mieux dans l'alcool, et s'en sépare par l'évaporation sous la forme de beaux prismes.

» Les acides acétique, formique, butyrique, etc., forment, avec cet oxyde, des composés magnifiquement cristallisés, qui présentent la plus

grande ressemblance avec les formiates, acétates, etc., de tristanméthyle et de tristannéthyle.

» Enfin lorsqu'on chauffe dans un tube fermé par un bout un mélange d'iodure de tristanpropyle et de cyanure d'argent, il se sublime des aiguilles déliées incolores de cyanure de tristanpropyle.

» *Nitropropane.* — L'iodure de propyle réagit sur l'azotite d'argent à la température ordinaire, le mélange s'échauffe très-notablement, et, si l'on enferme les matières dans un tube scellé, qu'on maintient pendant quelques heures à la température du bain-marie, l'action est complète au bout de ce temps. En distillant au bain d'huile le produit de cette réaction, il passe un liquide qui commence à bouillir au-dessous de 100 degrés; mais bientôt la température s'élève et se fixe entre 126 et 130 degrés, température à laquelle passent les dernières gouttes. En rectifiant cette dernière portion, qui en forme la principale partie, on obtient un liquide incolore, très-mobile, insoluble dans l'eau, dont la densité diffère peu de celle de ce liquide. Il bout entre 125 et 128 degrés, sans éprouver d'altération. Sa vapeur est combustible et brûle avec une flamme jaunâtre. Ce produit, qui est isomère du nitrite de propyle et dont la composition est représentée par la formule

$$C^6H^7(AzO^4),$$

peut être considéré comme l'hydrure de propyle mononitré, et, par suite, l'homologue des intéressants composés obtenus par MM. V. Meyer et O. Stuber dans l'action réciproque des iodures de méthyle, d'éthyle et d'amyle et de l'azotite d'argent.

» De même que ces composés, le produit que je viens de décrire, et que je désignerai sous le nom de *nitropropane*, se change, sous l'influence de l'hydrogène naissant, en propylamine, dont j'ai constaté les propriétés, ainsi que celles du chloroplatinate.

» Comme les composés précédents, le nitropropane forme, avec une dissolution de soude dans l'alcool anhydre, un composé cristallisé sous la forme de lamelles, peu soluble dans l'alcool froid, dont la composition, analogue à celle du nitréthane sodique, est représentée par la formule

$$C^6H^6Na(AzO^4).$$

» Une solution d'iode dans l'iodure de potassium se décolore au contact d'une dissolution de nitropropane sodique. Il est probable qu'il se forme dans ce cas, comme avec le nitréthane sodique, le composé

$$C^6H^6I(AzO^4).$$

» Je n'ai pas poussé plus loin cette étude, qui n'eût rien fait connaître de plus que ce que nous ont appris les recherches de MM. Meyer et Stuber au sujet de ses homologues inférieurs, et je n'avais du reste que très-peu de matière à ma disposition.

» Il ressort seulement de ce qui précède que l'iodure de propyle, placé entre les iodures d'éthyle et d'amyle, se comporte comme eux, ainsi qu'on pouvait s'y attendre, à l'égard de l'azotite d'argent, et qu'il engendre, non l'azotite de propyle normal, mais bien le dérivé mononitré de l'hydrocarbure

$$C^6H^8. »$$

BOTANIQUE. — *De la théorie carpellaire d'après des Papavéracées* (1re Partie, *Papaver*); par M. **A. Trécul.**

« Depuis le commencement du siècle, il a été publié des avis très-différents sur la nature des carpelles des Papavéracées.

» 1° Les premiers botanistes qui ont admis la théorie des feuilles carpellaires ont pensé que les placentas pariétaux des Papavéracées et autres plantes sont formés par les bords soudés des feuilles, qui portent directement des ovules. Cette opinion a encore de nombreux partisans.

» 2° MM. Aug. de Saint-Hilaire et A. Richard furent des premiers à prétendre que les cordons pistillaires ne sont pas produits par des nervures marginales des feuilles ; ils virent en eux des prolongements de l'axe soudés avec les bords de ces feuilles.

» 3° M. H. Mohl, qui pensait que la théorie d'après laquelle les placentas représentent les bords des carpelles a été exprimée d'une manière beaucoup trop générale et sujette à de nombreuses exceptions, était disposé à croire que, dans beaucoup de carpelles (et ceux des Pavots seraient du nombre), la face supérieure de la feuille est susceptible de se transformer en placentas et de produire des ovules.

» En 1845, déjà disposé à admettre que l'ovaire des Papavéracées n'est pas formé par des feuilles, mais par une modification de la tige, ainsi que le prouve le Mémoire inédit, daté de 1842, que je mets sous les yeux de l'Académie, je dis néanmoins, avec M. Paty, la théorie des feuilles carpellaires étant reçue, que « le *placenta* (c'est-à-dire le cordon placentaire ou » pistillaire) *représente la nervure médiane*, et non les bords des feuilles » soudés entre eux ou avec un prolongement de l'axe. » M. Clos a aussi exprimé depuis le même avis.

» 4° En 1868, M. Van Tieghem a émis l'opinion que l'ovaire des Papa-

véracées est formé par deux verticilles de feuilles, dont les unes, fertiles, porteraient les ovules, tandis que les autres, stériles et alternes avec les précédentes, constitueraient les valves.

» 5° Enfin M. D. Clos, après avoir exposé l'avis que je viens de rappeler, indique qu'il incline à reconnaître chez les Papavéracées deux sortes de pistils : « les uns, *peut-être de nature foliaire*, et dont les éléments naîtraient » isolés; les autres, *peut-être de nature axile,* apparaissant sous la forme de » cupule, et propres au genre *Papaver*. »

» Je ne parlerai de la théorie de M. Schleiden qu'en traitant des plantes que ce savant botaniste a nommées. Les opinions que je viens de rappeler suffisent pour montrer combien sont divisés les botanistes, qui ont admis la nature foliaire des carpelles des plantes, dont je m'occupe en ce moment. En discutant ces différents avis, je m'appuierai principalement sur des caractères anatomiques; eux seuls peuvent nous éclairer sur la véritable nature des carpelles. Quelque séduisant que soit l'examen des formes variées que peuvent prendre les parties de la fleur par des développements anormaux, il est urgent de renoncer aux conclusions illusoires qui en ont été déduites, puisque des monstruosités diverses peuvent conduire aux avis les plus opposés.

» J'ose espérer que les détails anatomiques que je vais décrire jetteront quelque lumière sur la théorie carpellaire, en ce qui concerne les Papavéracées.

» La tige florifère des Pavots présente une structure plus complexe dans les *Papaver somniferum*, *orientale* et *bracteatum* que dans les *P. Rhœas* et *hybridum*. Celle de ces deux dernières espèces ne montre qu'une rangée circulaire de faisceaux : les uns, plus petits, alternent souvent avec régularité avec autant de faisceaux un peu plus volumineux; tandis que chez les premières espèces citées, il y a, dans la tige, trois, quatre ou cinq cercles concentriques de faisceaux, dont les plus gros sont les plus internes et les plus petits les plus externes. Les faisceaux d'une série donnée sont alternes avec ceux de la série interne ou externe immédiatement voisine.

» Tous ces faisceaux, qui ont leur partie libérienne tournée vers l'extérieur, ne contractent que bien rarement d'union entre eux ailleurs qu'à l'insertion des feuilles, où ceux qui doivent entrer dans ces organes se relient par des anastomoses avec les faisceaux voisins, destinés à fermer de nouveau le cylindre vasculaire, près de la base de la feuille. Dans le réceptacle, au contraire, l'alliance des faisceaux est générale. Tous s'unissent les uns aux autres, et quand il y en a sur plusieurs rangées concentriques, les plus

internes s'anastomosent avec leurs voisins plus externes, ceux-ci avec ceux qui sont les plus proches vers l'extérieur, etc.

» Il en résulte un réseau très-compliqué, multiple en quelque sorte, de la surface des faisceaux duquel émanent les fascicules qui vont aux sépales, aux pétales et aux étamines, dans les *Papaver orientale*, *bracteatum* et *somniferum*.

» L'insertion de chaque sépale et de chaque pétale embrassant un arc plus ou moins étendu, chacun d'eux reçoit plusieurs faisceaux en nombre variable; et il est à noter que quelques faisceaux de la corolle ont une même base que certains faisceaux du calice. Chaque étamine, au contraire, ne reçoit de la tige qu'un seul fascicule.

» Chez les *Papaver Rhœas* et *hybridum* (il en est de même chez le *Chelidonium quercifolium*), les faisceaux de l'axe, après avoir émis les faisceaux du calice, se distribuent en quatre gros faisceaux. La section transversale de leur ensemble a la figure d'un carré à angles mousses. C'est de la base des intervalles ou rayons médullaires que ces quatre faisceaux laissent entre eux, que sortent en éventail les faisceaux des pétales, dont l'insertion se confond, à un certain degré, avec celle des faisceaux du calice les plus proches. Un peu plus haut, ces quatre gros faisceaux de la tige se réunissent de nouveau; puis ils se divisent en un nombre de faisceaux plus considérable même qu'à l'insertion du calice; et ils se disposent en un réseau à mailles étroites et courtes, des bords desquelles émanent les fascicules qui vont aux étamines.

» Assez souvent deux étamines sortent d'une même maille, une de chaque côté, adhérant au côté du faisceau de la tige correspondant; et, de plus, assez fréquemment aussi, deux étamines, et beaucoup plus rarement trois, ont pour base un même fascicule, et ont par conséquent la même insertion. Je me réserve d'examiner plus tard si les étamines des Pavots sont des feuilles au même titre que les pétales et les sépales.

» Dans les *Papaver somniferum* et *orientale*, bien que le système vasculaire ne s'assemble pas, à l'insertion des pétales, en quatre gros faisceaux, comme dans les *P. Rhœas* et *hybridum*, il se divise aussi, pour émettre les étamines, en un nombre de faisceaux plus grand qu'auparavant. Au contraire, dans toutes les espèces citées, le système vasculaire se répartit, à la base de l'ovaire, en un nombre de faisceaux moindre, égal à celui des carpelles; en sorte que plusieurs des faisceaux du réseau qui supporte les étamines, quelquefois cinq ou six, s'unissent en un pour former chaque cordon pistillaire.

» Ces cordons, en s'écartant de bas en haut, donnent lieu à la cavité ovarienne. Vers le sommet de celle-ci, au-dessous du stigmate, ils se rapprochent plus ou moins; puis ils se bifurquent ou se divisent en trois ou plusieurs faisceaux. Dans les *Papaver Rhœas*, *hybridum*, *orientale*, chaque cordon, en se partageant au sommet, donne à droite et à gauche une branche qui, en s'alliant à la branche correspondante du cordon voisin, forme, au-dessus de chaque valve de l'ovaire, une arcade vasculaire, dont les faisceaux se prolongent dans la partie supérieure du lobe stigmatique, et produisent les fascicules qui sont répandus dans ce lobe. De chaque fourche sort en outre un faisceau médian, qui semble prolonger le cordon pistillaire, dans les *Papaver orientale* et *Rhœas*. Dans le *P. somniferum*, les cordons pistillaires se divisent chacun en plusieurs faisceaux ; les inférieurs de chaque côté forment au-dessus des valves une première arcade, de laquelle part un prolongement vasculaire qui s'étend, en suivant la face interne du lobe stigmatique, dans la région supérieure de celui-ci, où il répand latéralement, ainsi que dans la région moyenne voisine, des ramifications nombreuses. D'autres branches du même cordon pistillaire forment un peu plus haut, et sur un plan plus externe, une autre arcade fibro-vasculaire, des côtés de laquelle partent des faisceaux, qui envoient des rameaux très-multipliés dans la région moyenne et surtout dans la région inférieure du lobe stigmatique. Enfin un fascicule médian, émanant d'entre les faisceaux formant les deux arcades collatérales supérieures, et parfois adhérant au côté externe d'une de ces arcades, va s'unir, d'une part, par ses branches latérales, avec des faisceaux réticulés, partis du sommet des arcades adjacentes ; d'autre part, par son extrémité supérieure, il s'allie avec les faisceaux les plus élevés de la lame placentaire placée au-dessous, lesquels faisceaux, comme tous ceux qui sont répandus et anastomosés entre eux dans ces placentas, et dont les ramifications extrêmes se terminent dans les ovules, sont nés de la face interne du cordon pistillaire contigu au placenta auquel ils appartiennent.

» Les cordons pistillaires, en parcourant longitudinalement l'ovaire, laissent entre eux de larges espaces, qui sont occupés par ce que l'on a appelé *les feuilles carpellaires*, tout court, ou *les feuilles carpellaires stériles*, pour qui admet que chaque cordon pistillaire des *Papavéracées* est *une feuille carpellaire fertile ;* mais, si l'on étudie avec attention ces espaces ou prétendues feuilles stériles, on peut remarquer qu'ils ne sont point pourvus d'une nervure médiane, et que les nervures qui les traversent dans tous les sens y forment un réseau irrégulier, dont les faisceaux principaux s'insèrent sur

les cordons pistillaires voisins. Il n'y a point là d'apparence de feuille. Il semble, au contraire, que chaque espace représente seulement une maille du système vasculaire, beaucoup plus grande que celles du réceptacle, qui sont très-petites, lequel espace ou maille, à cause même de sa grande étendue, est garni d'un réseau vasculaire secondaire. Le fruit encore vert du *Papaver hybridum* et d'autres espèces est particulièrement instructif à cet égard. Les faisceaux les plus puissants de ce réseau secondaire sont insérés sur la partie supérieure des cordons pistillaires; ils descendent dans ce tissu intermédiaire, en s'atténuant graduellement de haut en bas. En outre, dans les *Papaver somniferum, orientale* et *bracteatum*, les faisceaux de ce tissu, qui a plus d'épaisseur chez ces plantes que chez les petites espèces, montrent bien également qu'il ne saurait être ici question de feuilles, parce que les faisceaux s'y multiplient surabondamment sur des plans divers, depuis la face interne de l'ovaire, près de laquelle ils apparaissent d'abord, jusqu'au voisinage de la face externe, ainsi que cela se voit aussi dans l'*Argemone grandiflora* et dans quantité d'autres fruits étrangers à cette famille, dont je parlerai plus tard. Ces faisceaux du péricarpe se montrent dans l'ovaire dès le jeune âge, bien avant que le pistil soit arrivé à l'époque de la fécondation, dans le *P. orientale*, etc., et ils s'y développent, comme je viens de le dire, de la face interne à la face externe, contrairement à une opinion émise en 1869. Leur réticulation est telle, qu'aucune assimilation ne peut être faite avec celle des faisceaux de la tige, ou avec celle des nervures de la lame des feuilles, ni même avec la disposition des faisceaux qui entrent dans la composition du rachis, qui, dans les *Papaver orientale* et *bracteatum*, offre quelques fascicules à l'extérieur des faisceaux principaux, et quelques autres entre ces derniers et vers la face interne du rachis, comme on en observe aussi dans la moelle de la tige. Dans ce rachis et dans la tige, les faisceaux montent droits, et ne sont anastomosés que bien rarement dans la tige, ainsi que je l'ai dit; et dans le rachis ces faisceaux droits, parallèles, sont seulement reliés, à des distances relativement grandes, par des fascicules obliques; tandis que, dans les carpelles des *Papaver orientale, bracteatum* et *somniferum*, les faisceaux du tissu subvalvaire et valvaire ne sont ni verticaux ni parallèles; leurs mailles ne sont point allongées, mais fort courtes, et elles forment, sur plusieurs plans, un réseau très-serré, d'un aspect tout différent de l'arrangement des faisceaux dans la tige et dans le rachis, et ne ressemblant pas davantage au réseau simple de la lame foliaire.

» On voit par ce qui précède que, si la charpente du pistil des *Papaver*

peut inspirer la pensée de rapprocher sa structure de celle de la tige, que l'ovaire prolonge, les caractères anatomiques de son stigmate et de son tissu subvalvaire en font un organe d'une constitution aussi particulière qu'est spéciale la fonction qu'il remplit.

» Je terminerai cette Note par quelques remarques sur l'organogénie du pistil des Pavots. Elles ne seront pas superflues, je crois, et suppléeront à ce qu'a de trop bref la description de notre regretté confrère, M. Payer, et à ce qui lui manque.

» L'ovaire des *Papaver* commence par une sorte de petite coupe, dont les bords, un peu ondulés, qui s'élèvent autour d'un mamelon central, occupant le fond de la coupe (*P. hybridum*), présentent sur leur face interne un nombre de renflements égal à celui des placentas. Ces renflements suivent le développement de la coupe en hauteur, et ils deviennent aussi peu à peu plus saillants à l'intérieur, où ils figurent comme des cloisons incomplètes. Cependant les parties des bords de la coupe qui alternent avec ces renflements internes ou placentas, ont un peu d'avance sur les parties opposées à ces placentas. Cette inégalité s'accentue davantage à mesure que la coupe ou le sac ovarien s'accroît, de façon que les bords de celui-ci deviennent manifestement lobés. Telle est l'origine des lobes stigmatiques. Quand l'ovaire atteint une certaine hauteur (environ 1 millimètre pour le *P. hybridum*, 1 millimètre et demi pour le *P. orientale*), il se fait autour de sa partie supérieure sinueuse une sorte de bourrelet, qui ébauche, d'une part, les crêtes stigmatiques, d'autre part, le contour basilaire du disque du stigmate, et recouvre ainsi graduellement le sommet des valves. Puis les jeunes lobes stigmatiques, à mesure qu'ils croissent, s'infléchissant vers le centre du pitil, se juxtaposent latéralement, et ferment l'ovaire quand leurs sommets convergents se touchent au centre du cercle. Pendant cette juxtaposition des lobes ou un peu après, leurs bords, relevés en crêtes rayonnantes, se couvrent, ainsi que les parois supérieures des lames placentaires, des cellules plus ou moins allongées, caractéristiques de ces parties stigmatiques. On voit par là que les lobes du stigmate surmontent les valves, et que ce sont les bords papillaires, contigus, de deux lobes voisins, qui forment les crêtes rayonnantes opposées aux cordons pistillaires et aux placentas.

» La courbe de déhiscence des valves, qui sont composées de cellules plus petites que celles des tissus placés au-dessus et au-dessous d'elles, et qui sont parcourues par un fin réseau de fascicules émanés des faisceaux supérieurs du tissu subvalvaire, la courbe de déhiscence, dis-je, s'accuse aussi d'assez bonne heure. Elle est marquée à l'extérieur par un léger renflement

de la partie supérieure de chaque valve, et recouverte par le pourtour saillant du plateau stigmatique.

» Quant aux ovules, ils apparaissent du centre à la circonférence, c'est-à-dire que les premiers naissent sur le bord libre du placenta, de sa ligne longitudinale la plus proéminente, la plus rapprochée de l'axe de l'ovaire, et de là ils s'avançent successivement vers l'insertion du placenta (*Papaver orientale*). Ils commencent par de petits mamelons espacés sur les faces de la lame placentaire. Chacun s'élève sous la forme d'un cône ou la figure d'une sorte de pain de sucre, à quelque distance de la base duquel se manifeste un premier bourrelet circulaire, qui est la secondine, et un peu plus tard au-dessous de lui un autre bourrelet, qui constituera la primine.

» La distribution des ovules sur les placentas des *Papaver* me suggère une autre objection à la théorie des feuilles carpellaires. Plusieurs défenseurs de cette théorie, et parmi eux des plus éminents, admettent que chaque ovule est formé, suivant les cas, par une dent de la feuille ou par un lobe, ou par une partie plus considérable de cette feuille, ou même par la feuille tout entière. Dans les *Papaver*, dont les feuilles-carpelles sont dites soudées par les bords, les ovules naîtraient de ces bords, suivant la théorie, et ils seraient formés par les lobes ou par les dents de chaque feuille. Or, une lame foliaire de la dimension d'un carpelle ne saurait avoir plus d'une douzaine de dents de chaque côté; par conséquent il devrait y avoir environ vingt-quatre ovules sur chaque placenta. On sait que les ovules sont incomparablement plus nombreux sur les placentas des *Papaver*, et qu'ils sont répandus sur des surfaces d'une assez grande étendue. De plus, si l'on étudie l'insertion du faisceau que chaque ovule reçoit, on reconnaît que tous ces faisceaux des ovules partent des côtés des mailles d'un réseau irrégulier, parallèle aux faces du placenta, et produit par les branches extrêmes des faisceaux émanés des cordons pistillaires (*Papaver somniferum*). On n'a donc aucune raison pour soutenir que les ovules sont produits par les dents ou par les lobes des feuilles carpellaires, soit que l'on considère toutes ces feuilles comme fertiles, soit que l'on regarde les seuls cordons pistillaires comme les feuilles ovulifères.

» N'est-il pas évident que, de quelque côté que l'on envisage cette théorie, on trouve, en ce qui concerne les *Papaver*, qu'elle ne peut soutenir un examen sévère ? »

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination d'une Commission qui sera chargée de juger le Concours du prix Desmazières, pour l'année 1872.

MM. Brongniart, Trécul, Decaisne, Duchartre, Tulasne réunissent la majorité des suffrages.

Le Membre qui, après eux, a obtenu le plus de voix est M. Pasteur.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination d'une Commission qui sera chargée de juger le Concours du prix Thore, pour l'année 1872.

MM. Blanchard, Milne Edwards, Decaisne, Duchartre, Brongniart réunissent la majorité des suffrages.

Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. Trécul, Tulasne, de Quatrefages, Pasteur.

MÉMOIRES LUS.

PHYSIOLOGIE. — *Nouvelles recherches physiologiques sur la corde du tympan;* par M. A. VULPIAN.

(Renvoi à la Section d'Anatomie et Zoologie.)

« Mes anciennes recherches sur l'anastomose de la corde du tympan avec le nerf lingual m'avaient amené à conclure que ce rameau nerveux n'accompagne le nerf lingual que jusqu'au point où se détachent de ce nerf les filaments nerveux destinés au ganglion sous-maxillaire et à la glande sous-maxillaire. En effet, en examinant le nerf lingual sur des lapins, quinze ou vingt jours après que j'avais arraché la portion intra-pétreuse du nerf facial, et rompu, par conséquent, la corde du tympan, je ne trouvai pas de fibres altérées dans le nerf lingual, au delà de ce point.

» Depuis lors, j'ai fait de nouvelles expériences, principalement en 1871 et en 1872, et j'ai obtenu des résultats différents de ceux que j'avais publiés antérieurement. J'ai constaté, de la façon la plus nette, après avoir coupé la corde du tympan sur des chiens, par le procédé de M. Claude Bernard, que

la corde du tympan, une fois anastomosée avec le nerf lingual, ne s'en sépare pas tout entière pour se rendre à la glande sous-maxillaire, mais qu'une partie de ce filet nerveux accompagne le nerf lingual à la face inférieure de la langue, jusqu'à l'extrémité de cet organe; qu'il donne des filaments à chacun des rameaux de ce nerf, et que ces filaments peuvent être facilement suivis jusqu'à une petite distance des terminaisons de ces divers rameaux.

» Ces résultats ont été communiqués à la Société de Biologie au commencement de l'année 1872. Quelques semaines après cette Communication, j'ai eu l'occasion de parler, devant la même Société, de résultats analogues observés sur des lapins, après l'arrachement du nerf facial. J'attribuais mon erreur ancienne à ce que la corde du tympan fournit chez le lapin un nombre relativement petit de fibres nerveuses à la partie périphérique du nerf lingual.

» M. J.-L. Prevost, de Genève, a confirmé récemment les résultats dont je viens de parler (*Comptes rendus*, 30 décembre 1872). Il a même rendu plus nette encore la démonstration des relations entre la corde du tympan et la partie périphérique du nerf lingual, en prouvant que ces relations existent non-seulement chez le chien et le lapin, mais encore chez le chat, le cobaye, le rat. D'après ses recherches, il incline à penser que les fibres de la corde du tympan se rendent à la membrane muqueuse de la langue.

» Voici donc un premier fait établi : une partie des fibres de la corde du tympan se rend à la langue, en accompagnant les divers rameaux du nerf lingual. L'autre partie abandonne ce nerf et se dirige vers la glande sous-maxillaire.

» Lorsque, quinze jours après la section de la corde du tympan dans la caisse tympanique, on examine les filets nerveux qui se séparent du nerf lingual pour constituer les nerfs de cette glande, on constate que les fibres nerveuses dont ces filets sont formés ne sont pas toutes altérées. Il y a tout au plus la moitié de ces fibres qui présentent la dégénération caractéristique; les autres fibres sont tout à fait saines. On peut donc conclure de ce résultat expérimental que les fibres nerveuses qui forment les filets allant du nerf lingual à la glande sous-maxillaire ne proviennent pas toutes de la corde du tympan. Cela posé, on pouvait se demander si c'est bien à l'excitation des fibres provenant de la corde du tympan elle-même qu'il faut attribuer *tous* les phénomènes qui se manifestent sous l'influence de l'électrisation du nerf lingual ou des filets glandulaires qui s'en séparent; je veux

parler, d'une part, de l'augmentation de la sécrétion salivaire, et, d'autre part, de la dilatation des vaisseaux de la glande, de l'accélération du courant sanguin dans cet organe, du passage du sang rouge des artères dans les veines, sans changement notable de coloration, c'est-à-dire de tous les phénomènes que M. Cl. Bernard a fait connaître.

» J'ai mis à découvert, sur un chien, le nerf lingual, dans sa région tout à fait supérieure, et la corde du tympan entre son orifice de sortie de l'os temporal et le point où elle se réunit au nerf lingual, après avoir préparé la glande sous-maxillaire, ses vaisseaux et le conduit de Wharton, de façon à pouvoir examiner en même temps tous les phénomènes en question. L'électrisation du nerf lingual, pratiquée, après section préalable, au-dessus du point où il reçoit la corde du tympan, n'a déterminé aucune modification de sécrétion ou de circulation dans la glande sous-maxillaire. Tous les phénomènes sécrétoires et circulatoires que j'ai rappelés tout à l'heure se sont, au contraire, manifestés lorsqu'on a électrisé isolément la corde du tympan, soit avant, soit après la section : ils sont donc *tous* sous la dépendance exclusive de ce filet nerveux.

» Les rapports de la corde du tympan avec la glande sous-maxillaire se trouvant déterminés par ces expériences, avec un peu plus de précision qu'ils ne l'étaient auparavant, j'ai voulu étudier aussi les relations physiologiques de ce filet nerveux avec la langue. Les résultats suivants sont les seuls bien nets que j'aie obtenus jusqu'ici.

» Après avoir reconnu que la corde du tympan se distribue à la langue, en accompagnant les diverses branches, les rameaux et ramuscules du nerf lingual, j'ai cherché si cette anastomose ne jouerait pas un rôle important dans la production d'un phénomène physiologique que nous avons découvert, M. Philipeaux et moi, il y a dix ans, et que nous avons communiqué alors à l'Académie des Sciences (*Comptes rendus*, 25 mai 1863). Nous avions fait voir que, chez le chien, lorsque le nerf hypoglosse d'un côté est coupé, le nerf lingual du même côté acquiert au bout de quelques jours une excitabilité motrice telle, que les excitations galvaniques ou mécaniques faites sur le bout périphérique de ce nerf, après sa section transversale préalable, déterminent de fortes contractions dans la moitié correspondante de la langue. Or on sait, et nous avons maintes fois constaté que le bout périphérique du nerf lingual, après sa section transversale préalable, peut être excité chez le chien de toutes les façons, lorsque le nerf hypoglosse du même côté est intact, sans qu'il se produise la moindre contraction dans la langue. La section du nerf hypoglosse modifie donc peu à peu les

relations physiologiques des extrémités périphériques du nerf lingual avec les muscles de la langue, de telle sorte que ces extrémités, qui ne provoquent aucune contraction de ces muscles, dans l'état normal, deviennent aptes à les mettre en contraction lorsque le nerf hypoglosse coupé a lui-même perdu sa motricité.

» Cette aptitude motrice, qui commence à se manifester dans le nerf lingual quatre ou cinq jours après la section du nerf hypoglosse, et qui augmente progressivement pour devenir considérable au bout de vingt à trente jours, appartient-elle aux fibres propres du nerf lingual, ou bien doit-elle être attribuée aux fibres anastomosiques fournies à ce nerf par la corde du tympan? Telle est la question que je me suis posée, à la suite de mes recherches sur la distribution de la corde du tympan. La marche à suivre pour répondre à cette question était pour ainsi dire tracée d'avance.

» Sur plusieurs chiens, je fis la section des deux nerfs hypoglosses; puis, au bout de quelques jours, je coupai la corde du tympan d'un seul côté, dans la caisse tympanique. Sur ces chiens, j'examinai l'action des nerfs linguaux sur la langue, quinze jours ou trois semaines après la seconde opération. J'ai vu constamment, du côté où la corde du tympan était intacte, les excitations galvaniques ou mécaniques du nerf lingual déterminer des mouvements dans la moitié correspondante de la langue, tandis que, du côté où la corde du tympan avait été coupée, les mêmes excitations, faites sur le lingual, n'avaient aucune action appréciable sur les muscles de la langue.

» Dans une autre série d'expériences, j'ai excité sur des chiens un segment du nerf hypoglosse des deux côtés. Vingt-cinq jours après cette opération, j'ai mis à découvert, des deux côtés, la corde du tympan dans toute l'étendue de son parcours, depuis son orifice de sortie du rocher jusqu'au point où elle s'unit au nerf lingual. Ce filet nerveux étant soulevé sur une baguette de verre, je l'ai électrisé avec des courants continus ou interrompus assez faibles. Chaque excitation provoquait immédiatement un mouvement bien net dans la moitié correspondante de la langue. L'effet était le même, en ce qui concerne le mouvement de la langue, lorsque la corde du tympan avait été coupée près du rocher, et lorsqu'on électrisait ce filet nerveux, en l'écartant de tous les tissus environnants, pour qu'il n'y eût plus de communication possible entre lui et le nerf lingual que par le point où il s'unit à ce nerf. Dans une expérience de cette série, la pression du nerf lingual entre les mors d'une pince, au-dessus du point où a lieu cette anastomose,

ne déterminait aucune contraction de la moitié correspondante de la langue, tandis qu'une excitation pareille faite au-dessous de ce point produisait un mouvement assez fort de cette partie.

» Ces expériences me paraissent démontrer que l'excitabilité motrice acquise par le nerf lingual, après la section du nerf hypoglosse du côté correspondant, réside, non dans les fibres propres du nerf lingual, mais dans les fibres nerveuses anastomotiques qu'il reçoit de la corde du tympan. Une autre conséquence, moins directe il est vrai, de ces expériences, c'est que les fibres de la corde du tympan, qui accompagnent le nerf lingual dans sa distribution à la langue, se rendent, en partie du moins, aux faisceaux musculaires de cet organe.

» Mais pourquoi ces fibres nerveuses, qui proviennent du nerf facial, nerf moteur, ne possèdent-elles pas, à l'état normal, d'action sur ces faisceaux musculaires? Et pourquoi acquièrent-elles une aptitude motrice considérable, lorsque le nerf hypoglosse du côté correspondant est coupé depuis plusieurs jours? Nous ne sommes pas en mesure, pour le moment, de répondre à ces questions. »

VITICULTURE. — *Sur la possibilité d'appliquer la submersion de la vigne pour détruire le* Phylloxera *dans la vallée du Rhône;* Note de M. A. **Dumont**. (Extrait.)

(Renvoi à la Commission du *Phylloxera*.)

« La submersion de la vigne pendant l'automne ou l'hiver, sur une hauteur de 50 à 60 centimètres d'eau, étant jusqu'ici le seul remède reconnu efficace contre le *Phylloxera*, il est opportun de rechercher dans quelle mesure ce remède peut être appliqué. Cette Note a pour but de répondre à la question, pour une notable partie de la vallée du Rhône.

» Depuis plusieurs années, j'étudie la création d'un canal d'irrigation dans cette vallée. Ce canal, qui, dans le courant de l'été dernier, a été tracé sur le terrain dans toute son étendue, dériverait, à la hauteur de Condrieu, près de Vienne, un volume de 33 mètres cubes par seconde à l'extrême étiage, et dans l'état ordinaire 45 mètres cubes. Le volume d'extrême étiage du Rhône étant à la prise d'eau de 300 mètres cubes par seconde, et de 600 mètres cubes dans l'état ordinaire, la création d'un tel canal ne peut pas nuire à la navigation, et il est prouvé que ce prélèvement n'aurait aucune influence sensible sur les hauts fonds.

» Ce volume d'eau est destiné à être versé sur le territoire de quatre

départements : Drôme, Vaucluse, Gard, Hérault. Le canal, profitant du défilé de Mornas, arroserait dans la Drôme et dans Vaucluse le flanc gauche de la vallée, entre Condrieu et Mornas, sur 180 kilomètres, et le flanc droit, de Mornas à Montpellier, sur 150 kilomètres, dans le Gard et l'Hérault.

» L'utilité du canal serait double : en été, il créerait une zone d'irrigation de 30 000 hectares au moins; en automne ou en hiver, il donnerait la possibilité d'inonder par jour 400 à 500 hectares de vignes. Pendant ces deux périodes, il suffirait donc à l'inondation de 80 000 hectares de vignes.

» Le canal, à son origine, serait à la cote de 139 mètres au-dessus du niveau de la mer et se terminerait à Montpellier à la cote 60; il créerait dans la banlieue de cette ville des conditions d'irrigation et de force motrice analogues à celles du canal de Marseille.

» La surface irrigable ou inondable serait sur la rive gauche, de Condrieu à Mornas, de 46 000 hectares, et sur la rive droite, de Mornas à Montpellier, de près de 100 000 hectares.

» Le canal traversant la Cèze, le Gardon et le Vidourle en des points élevés, rien ne serait plus facile que de verser dans ces cours d'eau des volumes très-notables en eau du Rhône. De plus, les forces hydrauliques créées par le canal sur tout son parcours s'élèveraient à plusieurs milliers de chevaux-vapeur, avantage d'autant plus grand que le prix de la houille va toujours croissant.

» Je n'ai pas à considérer ici cette œuvre au point de vue des dépenses qu'elle nécessiterait, ni de ses produits possibles; ce sont là des points de vue administratifs ou techniques qui seront examinés, en temps et lieu, par l'autorité compétente. Mon but, en entretenant l'Académie d'un tel projet, est de prouver que le remède de la submersion, si heureusement découvert par M. Faucon, est applicable sur une vaste échelle dans une des régions les plus éprouvées par le fléau. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur les résidus de cinquième puissance;* Note du P. Pépin, présentée par M. Hermite.

(Commissaires : MM. Chasles, Bertrand, Serret.)

« Il existe pour les résidus de cinquième puissance une loi de réciprocité analogue à celles que Gauss et Jacobi ont trouvées, le premier pour les résidus biquadratiques, et le second pour les résidus cubiques. Pour

que cette analogie soit plus évidente, je conserverai la terminologie des deux illustres géomètres.

» Soit $p = 5l + 1$ un nombre premier. Nous supposerons d'abord que le nombre l soit premier avec 5, et nous désignerons par λ la racine de la congruence

$$lx \equiv 1 \pmod{5}.$$

Soit α une racine primitive de p. Posons

$$\alpha^5 \equiv g\,(\text{mod.}\,p, \quad \alpha^{l\lambda} \equiv f\,(\text{mod.}\,p).$$

Les nombres qui ne sont pas multiples de p peuvent se ranger en cinq classes, suivant que leurs indices relativement à la racine α sont congrus à 0, à 1, 2, 3 ou 4, par rapport au module 5. Tous ces nombres seront congrus suivant le module p aux termes du tableau suivant :

(0)	$1,$	$g,$	$g^2,$	$g^3,\ldots$	$g^{l-1};$
(1)	$f,$	$fg,$	$fg^2,\ldots$		$fg^{l-1};$
(2)	$f^2,$	$f^2g,$	$f^2g^2,\ldots$		$f^2g^{l-1};$
(3)	$f^3,$	$f^3g,$	$f^3g^2,\ldots$		$f^3g^{l-1};$
(4)	$f^4,$	$f^4g,$	$f^4g^2,\ldots$		$f^4g^{l-1}.$

Les résidus de cinquième puissance sont congrus aux termes de la suite (0); nous dirons qu'ils appartiennent à la classe (0). De même nous dirons qu'un non-résidu de cinquième puissance appartient à la classe (1), (2), (3) ou (4), suivant qu'il sera congru à l'un des termes de la suite (1), (2), (3) ou (4). Nous dirons aussi qu'un nombre est *non-résidu* de classe (i), sans exclure la valeur $i = 0$, qui correspond au cas où le nombre est résidu. Cette convention permettra de comprendre dans un seul énoncé des théorèmes dans lesquels il faudrait autrement deux énoncés, l'un pour la classe (0), et l'autre pour les autres classes.

» Dans la théorie des résidus cubiques, la réciprocité pour les nombres premiers $3l + 1$ se rapporte au facteur complexe $\frac{L + \sqrt{-3}.3M}{2}$, déduit de la solution unique de l'équation

$$4p = L^2 + 27M^2.$$

» Dans la théorie des résidus de cinquième puissance, la loi de réciprocité se rapporte à un facteur complexe du nombre premier $p = 5l + 1$, formé de la manière suivante au moyen des racines cinquièmes de l'unité.

» Désignons par a_i le nombre des termes de la suite

$$2,\ 6,\ 12,\ 20,\ldots,\ k(k+1),\ldots,\ (p-2)(p-1),$$

qui sont compris dans la classe (i). On les distingue à cette propriété commune que leurs indices sont de la forme $5h+i$, et on les trouve aisément dans les Tables de Jacobi dites *Canon arithmeticus*, lorsque le nombre p est compris dans les limites de ces Tables.

» Soit ρ une racine imaginaire de l'équation $x^5-1=0$. Le nombre complexe

$$\varphi(\rho)=a_0+a_1\rho+a_2\rho^2+a_3\rho^3+a_4\rho^4$$

est un facteur complexe du nombre premier p : on sait par le théorème de Cauchy et de Jacobi que l'on a

$$\varphi(\rho)\varphi(\rho^4)=p.$$

» Posons

$$\frac{\varphi(\rho).\varphi(\rho)}{\varphi(\rho^2)\varphi(\rho^4)}=\psi(\rho),\quad \text{d'où}\quad \psi(\rho)=\frac{\varphi(\rho)^2.\varphi(\rho^3)}{p^2}.$$

Le rapport $\psi(\rho)$ joue ici le même rôle que le rapport $\frac{L-3\sqrt{-3}M}{L+3\sqrt{-3}M}$ dans la théorie des résidus cubiques.

» Soit $q=5q'+1$ un autre nombre premier. Désignons par β la racine primitive de q, qui sert de base à une classification analogue à celle que nous avons définie précédemment pour le nombre $p=5l+1$; par λ' la racine de la congruence $q'^{\lambda'}\equiv 1\,(\text{mod}.5)$; et posons $\beta^{q'\lambda'}\equiv e\,(\text{mod}.q')$.

» On aura évidemment $e^5\equiv 1\,(\text{mod}.q)$, et par conséquent

$$\varphi(e)\varphi(e^4)\equiv p(\text{mod}.q).$$

Il résulte de là que le nombre $\psi(e)$ se réduit à un nombre rationnel $\frac{m}{p^2}$, dont le numérateur m est un nombre entier non divisible par q. Ce nombre $\psi(e)$ est donc congru, suivant le module q, à un nombre entier non divisible par q.

» Désignons enfin par c le résidu minimum positif de q', suivant le module 5. Notre loi de réciprocité pour les deux nombres premiers $p=5l+1$, $q=5q'+1$ est exprimée par le théorème suivant :

» *Théorème I.* — « La classe à laquelle appartient le nombre q parmi les » non-résidus de p a pour indice le même nombre i, qui exprime la classe » à laquelle appartient, parmi les non-résidus de q, la valeur de l'expres- » sion $\psi(e^c)\,(\text{mod}.q)$. »

» Si l'on prend $i = 0$, $\psi(e)$ et $\psi(e^e)$ appartiennent à la même classe, de telle sorte que l'on a l'énoncé suivant :

» *Théorème II.* — « Le nombre q est résidu ou non-résidu de cinquième » puissance par rapport à p, suivant que la valeur de l'expression $\psi(e)(\text{mod.}\, q)$ » est un résidu ou un non-résidu de q. »

» Comme vérification, prenons $p = 11$, $p' = 31$. Nous aurons $q' = 6$, $e = 1$, $\lambda' = 1$. Si nous prenons $\beta = 17$, nous aurons $e = 8$.

» D'un autre côté, en prenant $\alpha = 2$ pour base de la classification par rapport à 11, on a

$$\varphi(\rho) = 2 + 4\rho + \rho^3 + 2\rho^4, \quad \varphi(e) \equiv -4,$$
$$\varphi(e^2) \equiv -12, \quad \varphi(e^4) \equiv 5(\text{mod.}\, 31),$$

d'où

$$\psi(e) \equiv \frac{-16}{12.15} \equiv 8(\text{mod.}\, 31).$$

Le nombre $\psi(e)$ appartient à la classe (1), suivant le module 31; nous concluons de notre théorème que 31 appartient à la classe (1) suivant le module 11, c'est-à-dire que son indice sera de la forme $5h + 1$. Effectivement l'indice de 31 est 6; on a

$$2^6 - 31 = 33 \equiv 0\ (\text{mod.}\, 11).$$

» Si l'on désigne par g le résidu minimum de $\beta^5(\text{mod.}\, q)$, la congruence

$$\overline{\varphi(e)}^2 \equiv g^m . \varphi(e^2)\, \varphi(e^4) \quad (\text{mod.}\, q),$$

dans laquelle l'exposant m reste arbitraire, exprime la condition que doivent remplir les coefficients du facteur complexe de p, défini plus haut et désigné par $\varphi(\rho)$, pour que p soit résidu de cinquième puissance. D'ailleurs la relation

$$\varphi(\rho)\, \varphi(\rho^4) = p,$$

jointe à la condition

$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + 2 = p,$$

donne les deux conditions

$$a_0(a_1 - a_2 - a_3 + a_4) = a_1 a_4 - a_2 a_3 + (a_1 - a_4)(a_3 - a_2),$$
$$(a_0 - a_4)^2 + (a_1 - a_4)^2 + (a_2 - a_4)^2 + (a_3 - a_4)^2 - (a_0 - a_4)(a_2 - a_4)$$
$$- (a_1 - a_4)(a_3 - a_4) - (a_0 - a_4)(a_3 - a_4) = a_0 + \alpha_1 + a_2 + a_3 + a_4 + 2.$$

On pourrait se servir de ces conditions pour chercher les nombres pre-

miers p de la forme $5l+1$, dont un nombre premier donné $q=5q'+1$ est résidu; mais l'intérêt de cette recherche ne serait pas proportionné à la longueur des calculs.

» Conservons à p, a_i, ρ et $\varphi(\rho)$ la signification expliquée plus haut; la classification du nombre 2 parmi les *non-résidus* de p sera déterminée par le théorème suivant :

» *Théorème III.* — « Le nombre 2 est résidu de cinquième puissance » ou non-résidu, relativement à p, suivant que le coefficient a_0 est impair » ou pair; dans le second cas, l'un des coefficients a_1, a_2, a_3, a_4 est » impair, tandis que les trois autres sont pairs; si l'on désigne par a_e celui » de ces coefficients qui est impair, la classe (i) du nombre 2 sera déter- » minée par la congruence $i\equiv 2e$ (mod. 5). »

» Le nombre 3 donne lieu à un théorème analogue :

» *Théorème IV.* — « Le nombre 3 est résidu de cinquième puissance par » rapport à p, si le nombre $a_0(a_0-a_1-a_3)+(a_1-a_3)(a_2-a_4)+a_1a_3-1$ » est divisible par 3; il est non-résidu dans le cas contraire. »

» *Nouveaux théorèmes sur les nombres.* — Legendre a démontré qu'aucun nombre triangulaire n'est égal à un cube; voici quelques théorèmes analogues :

« 1° On ne peut obtenir aucun cube en ajoutant au double d'un » nombre triangulaire l'un des nombres 3, 5, 7, 11, 17, 41, 61, 77, 85, » 115.

» 2° Si, après avoir multiplié par 18 un nombre triangulaire, on ajoute » au produit l'un des nombres 5, 7, 9, 13, 19, 43, 63, 79, 87, 117, la » somme obtenue n'est jamais égale à un cube.

» 3° Si, après avoir multiplié par 50 les nombres triangulaires 1, 3, 6, » 10,..., on ajoute à chaque produit successivement les nombres 9, 11, » 13, 17, 23, 47, 67, 83, 91, 121, aucune des sommes obtenues n'est un » cube.

» 4° Aucun cube n'est égal à la somme obtenue en ajoutant l'un des » nombres 15, 17, 19, 23, 29, 53, 73, 89, 97, 127 au produit d'un nombre » triangulaire multiplié par 98.

» 5° Si l'on multiplie indéfiniment les nombres triangulaires par 162, » et qu'à chaque produit on ajoute successivement l'un des nombres 23, » 25, 31, 37, 61, 81, 97, 105, 135, aucune des sommes n'est un cube. »

Le P. **Pépin** adresse en outre, par l'entremise de M. Hermite, un Mémoire intitulé : « Sur les formes quadratiques de certaines puissances de nombres premiers. »

(Commissaires : MM. Chasles, Bertrand, Serret.)

CHIMIE. — *Sur la substitution apparente des métaux à eux-mêmes dans leurs solutions salines;* Note de M. **F.-M. Raoult**.

(Commissaires : MM. Balard, Fremy, Edm. Becquerel.)

« J'ai eu l'honneur de soumettre à l'Académie une expérience nouvelle rappelant le fait bien connu de l'étamage industriel des épingles (1); voici d'autres expériences analogues :

» Un couple *or-cadmium* (2), plongé dans une solution concentrée et bouillante de sulfate de cadmium, décompose ce sel, et, *en moins d'une minute*, précipite sur l'or une pellicule blanche, brillante et très-adhérente de cadmium métallique. Il n'y a ici aucun avantage à aciduler la solution; l'effet se produit toujours très-vite, même lorsqu'on emploie un sel tout à fait neutre et qu'il ne se dégage point trace d'hydrogène. La même expérience peut se faire avec le chlorure de cadmium, neutre ou acidulé; elle ne réussit pas avec le nitrate.

» Un couple *or-zinc* décompose pareillement les solutions concentrées et bouillantes de sulfate et de chlorure de zinc où on le plonge : l'or est immédiatement blanchi par le zinc déposé. Dans le nitrate, cet effet n'a pas lieu.

» Un couple *or-étain*, plongé dans une solution concentrée et bouillante de protochlorure d'étain, la décompose, et l'or s'y recouvre immédiatement d'étain.

» Dans toutes ces expériences, on peut remplacer l'or des couples par du cuivre; alors, c'est le cuivre qui se recouvre du métal précipité; dans tous les cas, la quantité de ce dernier est trop faible pour être évaluée.

» Les couples *or-fer*, *or-nickel*, *or-antimoine*, *or-plomb*, *or-cuivre*, *or-argent*, complétement plongés dans divers sels du métal en contact avec l'or, ne se comportent pas comme les précédents; ils ne décomposent jamais ces solutions, froides ou chaudes, acides ou non; ils n'en précipitent pas le métal sur l'or, même sous l'influence d'un courant d'hydrogène.

---

(1) *Comptes rendus*, t. LXXV, p. 1103.

(2) Formé d'un fil de cadmium roulé en spirale sur une petite lame d'or.

» En résumé, trois métaux se montrent capables de réduire leurs propres sels, lorsqu'ils forment l'élément le plus oxydable d'un couple; ce sont : le zinc, le cadmium et l'étain (1). Ces métaux, en se déposant ainsi sur l'or, forment avec lui de véritables *alliages*. Ils ne se laissent enlever complétement que par l'action prolongée des acides bouillants. La lame d'or, dans toutes les parties où ces métaux l'avaient recouverte, est devenue terne et de couleur brun orangé, ce qui indique une désagrégation évidemment produite par la formation d'un alliage superficiel. »

HYGIÈNE PUBLIQUE. — *Rapport entre les observations ozonométriques et la mortalité de Paris;* Note de M. **O. Tamin-Despalles**. (Extrait.)

(Commissaires : MM. Ch. Sainte-Claire Deville, Fremy.)

« Quand les vents passent du sud au nord, on constate qu'à l'ouest l'ozone est au maximum dans l'air, et à l'est au minimum. Quoique trouvé en proportions considérables, l'ozone, dans ce cas, ne présente pas l'odeur caractéristique, due probablement, lorsqu'elle existe, à son mélange avec les vapeurs nitreuses qui se forment pendant les orages d'été, quand l'état électrique de l'atmosphère produit de nombreux éclairs. La formation de l'ozone nitreux, sous l'influence de l'électricité, a été mise hors de doute par les expériences de M. E. Fremy.

» Les quantités d'acide phosphorique dosées dans les urines et résultant de l'oxydation du phosphore dans l'organisme sont, de même que les hauteurs barométriques, ozonométriques et pluviométriques, *maxima* pendant les vents d'ouest, et *minima* pendant les vents d'est.

» En comparant les chiffres des trois mois, octobre, novembre et décembre 1872, très-humides, avec ceux des années 1869 et 1871, par exemple, alors que les vents étaient plutôt du nord, du nord-est ou de l'est, et les observations pluviométriques beaucoup moins élevées [en novembre 1872, elles dépassèrent 117 millimètres (2), la température varia entre 10 et 20 degrés, les vents restèrent à l'ouest, le baromètre oscilla de 740 à 745; un jour même il descendit à 721], on constatera que la mortalité pour octobre, novembre et décembre fut, en 1869, de 10145 (3); en 1871,

(1) La réduction s'arrête nécessairement lorsque, par suite de l'effet produit, les deux lames du couple offrent à l'action du liquide des surfaces identiques.

(2) Observations ozonométriques : 6,02. 1871 = 1,33; 1869 = 2,45.

(3) Observations pluviométriques : 130^{mm},88; ozonométriques : 9,07.

de 10659 (1), et pour 1872 de 9632 (2) seulement (variations de population compensées).

» En août et septembre 1865, après des vents d'est, le choléra éclate à Paris. En octobre, novembre et décembre, 52 jours de vents de sud ou d'est correspondent à 18043 décès, dont 5952 cholériques.

» L'épidémie sévit avec une intensité variable jusqu'en septembre 1866. A ce moment, une série de 25 jours de vents d'ouest et des pluies persistantes de 94 millimètres purifient si bien l'atmosphère, qu'en octobre, novembre et décembre, nous trouvons seulement 9776 décès, dont 200 cholériques.

» En résumé, née sous l'influence des vents d'est, en septembre 1865, l'épidémie est chassée par les vents d'ouest en septembre 1866, et disparaît complétement à la fin de décembre suivant.

» Ces comparaisons démontrent que la persistance des vents du sud au nord par l'ouest, loin de nuire à la salubrité atmosphérique, agit, au contraire, favorablement sur la santé publique, et nous pensons : 1° qu'aucune épidémie ne s'est produite, parce que l'ozone ne permettait pas aux miasmes de se développer; 2° que la mortalité ordinaire a baissé, parce que l'oxydation des aliments et, par suite, les fonctions nutritives se trouvant singulièrement favorisées, soit par la pureté de l'air pendant le vent du nord, en hiver, alors que la température est très-basse, soit par la présence, en toute saison, d'une forte proportion d'ozone, quand les vents sont à l'ouest, les maladies chroniques ont dû nécessairement subir un notable temps d'arrêt.

» *P. S.* Le phénomène électro-atmosphérique d'hier soir, 19 janvier, ajoute à mes remarques une actualité dont l'importance n'échappera pas à l'attention de l'Académie. Pendant toute la journée, les vents d'ouest, d'ouest-sud-ouest ont soufflé en tempête; le baromètre est resté fixe à 729-732 millimètres; les observations ozonométriques ont suivi une progression croissante jusqu'au moment de l'orage, et décroissante depuis ce matin. »

M. **Billet** adresse une Lettre relative à son système de navigation aérienne.

(Renvoi à la Commission des aérostats.)

---

(1) Observations pluviométriques : $68^{mm},71$; ozonométriques : 4,57.

(2) Observations pluviométriques : $263^{mm},54$; ozonométriques : 13,04.

M. **Gény** adresse une Lettre relative à son précédent Mémoire sur les fonctions elliptiques.

(Renvoi à la Commission précédemment nommée).

M. **de Biseau d'Hauteville** adresse un Mémoire relatif à la jachère.

Ce Mémoire sera soumis à l'examen de M. Boussingault.

M. **Poussard** adresse une Note relative à la quadrature du cercle.

On fera savoir à l'auteur que, conformément à une décision déjà ancienne, les Communications sur ce sujet sont considérées comme non avenues.

CORRESPONDANCE.

M. **le Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance, une brochure de M. *Leymerie*, intitulée « Résumé d'une explication de la carte géologique du département de la Haute-Garonne ».

ASTRONOMIE. — *Observations de la planète* (128), *et découverte d'une nouvelle étoile variable.* Lettre de M. **Borrelly** à M. Yvon Villarceau.

« La série de mauvais temps qu'il a fait m'avait empêché de suivre la planète (128); mais, le ciel s'étant remis au beau ces jours derniers, j'ai pu, au moyen de l'éphéméride donnée dans les *Comptes rendus* (p. 40), en obtenir quatre positions nouvelles.

» Permettez aussi que j'ajoute une courte Note sur une étoile variable de la constellation de la Balance, qui a été reconnue telle dans mes recherches exploratives.

Observations de la planète (128).

1873.	T. M. de Marseille. (Longchamps.)	Asc. droite.	l(par. × Δ).	Dist. pôle nord.	l(par. × Δ).	Étoiles de comp.
	h m s	h m s		° ′ ″		
Janv. 11..	8.36.46	3.51.20,71	$+\bar{2},334$	69.40.59,5	−0,5396	*e*
13..	8.38.41	3.51.19,54	$+\bar{2},626$	69.36.33,6	−0,5389	*e*
14..	8. 9.45	3.51.20,81	$-\bar{3},930$	69.34.10,4	−0,5372	*f*
16..	8.52.38	3.51.31,67	$+\bar{1},067$	69.29.19,4	−0,5411	*f*

Positions moyennes des étoiles de comparaison pour 1873,0.

Noms des étoiles.	Ascension droite.	Dist. pol. nord.	Grandeur.
	h m s	° ′ ″	
e... 1078 Weisse, H. III.........	3.50.37,41	69.41.29,5	9^e^
f... 1212 Weisse, H. III.........	3.57.30,80	69.29.29,1	9e.

Étoile variable dans la constellation de la Balance.

» Le 13 juin 1866, en vérifiant la carte écliptique, n° 46, de M. Chacornac, je notai l'étoile qui est par $15^h 13^m 9^s$ d'ascension droite et $-19° 49'$ de déclinaison comme 8e-9e grandeur; cette étoile n'est indiquée sur la carte que comme 10e grandeur.

» Dans mes vérifications ultérieures, je remarquai des différences d'éclat qui me confirmèrent dans l'idée que c'était une étoile variable.

» En 1872, le 8 mai, à 10 heures, je la trouvai brillante comme une 7e-8e grandeur; six jours après, le 14, elle était de 8e grandeur. Le 21 juin elle était déjà descendue à la 9e grandeur; et enfin, le 20 juillet, elle devenait invisible dans le chercheur. Le lendemain, elle réapparaissait et était notée comme étant de 13e grandeur.

» J'ai pu déjà cette année faire deux observations de cette étoile :

1873. Janv. 2..........	$17^h 30^m$	Grandeur......	$9^e,6$
17..........	$17^h\ 0^m$	»	$10^e,8$

» De l'ensemble des observations qui précèdent on déduit une période approchée de cent quatre-vingt-six jours. Cette valeur sera modifiée certainement par des observations ultérieures. Un minimum aura lieu le 4 février 1873.

» La position moyenne observée pour 1873,0 est la suivante :

Ascension droite... $15^h 14^m 5^s,69$ Distance polaire... $109° 55' 42'',7$. »

GÉOMÉTRIE. — *Sur le problème des surfaces orthogonales;* Note de M. G. Darboux, présentée par M. Chasles.

« La méthode indiquée dans ma première Communication s'étend sans aucune difficulté aux systèmes orthogonaux à n variables, et l'on peut démontrer que le paramètre u de chaque famille doit satisfaire à $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$, équations linéaires par rapport aux dérivées du troisième ordre (¹). Mais on peut aussi étendre les recherches dans une autre direction, et considé-

(¹) Toutefois, il se présente un fait assez curieux; par exemple, pour les systèmes orthogonaux à quatre variables, on a quatre équations pour u équivalentes à trois conditions seulement; mais on ne peut pas choisir trois de ces équations qui aient la quatrième pour conséquence. Des résultats du même genre se présentent, comme on sait, dans la plupart des questions relatives à l'élimination.

rer, par exemple, les trois équations

$$(1)\quad \begin{cases} A u_\alpha v_\alpha + B u_\beta v_\beta + C u_\gamma v_\gamma + F(u_\beta v_\gamma + v_\beta u_\gamma) + G(u_\alpha v_\gamma + u_\gamma v_\alpha) \\ \qquad\qquad + H(u_\alpha v_\beta + u_\beta v_\alpha) = 0, \\ A v_\alpha w_\alpha + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = 0, \\ A w_\alpha u_\alpha + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = 0, \end{cases}$$

où A, B, C, F, G, H sont des fonctions données quelconques de α, β, γ. On démontre que la résolution de ce système d'équations simultanées se ramène à celle d'une équation du troisième ordre, à laquelle doit satisfaire la fonction u, par exemple.

» Cette réduction, qui ne présente d'ailleurs aucune difficulté théorique, exige nécessairement des calculs un peu longs. Je me bornerai donc, pour le développement des calculs, à un exemple particulier.

» Considérons un système triple orthogonal, et soit

$$(2)\qquad ds^2 = H^2 d\alpha^2 + H_1^2 d\beta^2 + H_2^2 d\gamma^2$$

l'expression dans ce système de la distance de deux points infiniment voisins.

» Les équations qui expriment l'orthogonalité de trois nouvelles familles de surfaces

$$u = \text{const.},\quad v = \text{const.},\quad w = \text{const.}$$

seront

$$(3)\quad \begin{cases} \delta_u v = \delta_v u = \frac{1}{H^2} u_\alpha v_\alpha + \frac{1}{H_1^2} u_\beta v_\beta + \frac{1}{H_2^2} u_\gamma v_\gamma = 0, \\ \delta_v w = \delta_w v = \frac{1}{H^2} v_\alpha w_\alpha + \frac{1}{H_1^2} v_\beta w_\beta + \frac{1}{H_2^2} v_\gamma w_\gamma = 0, \\ \delta_w u = \delta_u w = \frac{1}{H^2} w_\alpha u_\alpha + \frac{1}{H_1^2} w_\beta u_\beta + \frac{1}{H_2^2} w_\gamma u_\gamma = 0. \end{cases}$$

» On trouvera ici sans aucune difficulté

$$\frac{1}{2}(\delta_v \delta_w U + \delta_w \delta_v U - \delta_u \delta_v w) = \frac{\mathcal{A}}{H^4} v_\alpha w_\alpha + \frac{\mathcal{A}'}{H_1^4} v_\beta w_\beta + \frac{\mathcal{A}''}{H_1^4} v_\gamma w_\gamma$$

$$+ \frac{\mathcal{B}}{H_1^2 H_2^2}(v_\beta w_\gamma + v_\gamma w_\beta) + \frac{\mathcal{B}'}{H^2 H_2^2}(v_\alpha w_\gamma + v_\gamma w_\alpha) + \frac{\mathcal{B}''}{H^2 H_1^2}(v_\alpha w_\beta + v_\beta w_\alpha),$$

où

$$\mathcal{A} = U_{\alpha^2} - U_\alpha \frac{H_\alpha}{H} + \frac{H}{H_1^2} H_\beta U_\beta + \frac{H}{H_2^2} H_\gamma U_\gamma,$$

$$\mathcal{B} = U_{\beta\gamma} - U_\gamma \frac{H_\beta}{H} - U_\beta \frac{H_\gamma}{H};$$

les autres coefficients s'obtiendront par des permutations circulaires. Cela posé, désignons par A, B,... ce que deviennent ces coefficients, quand on y remplace U par $\frac{1}{V}$,

$$V = \frac{1}{H^2} u_\alpha^2 + \frac{1}{H_1^2} u_\beta^2 + \frac{1}{H_2^2} u_\gamma^2,$$

et par a, b,... ce que deviennent les mêmes coefficients quand on y remplace U par u. On aura

$$(4) \qquad \begin{cases} \dfrac{v_\alpha w_\alpha}{H^4} A + \ldots = 0, \\ \dfrac{v_\alpha w_\alpha}{H^4} a + \ldots = 0, \end{cases}$$

et, en éliminant les produits $v_\alpha w_\alpha$,... par la méthode déjà indiquée, on obtiendra l'équation à laquelle satisfait u en coordonnées curvilignes

$$(5) \qquad \begin{vmatrix} A & A' & A'' & B & B' & B'' \\ a & a' & a'' & b & b' & b'' \\ H^2 & H_1^2 & H_2^2 & 0 & 0 & 0 \\ 2u_\alpha & 0 & 0 & 0 & u_\gamma & u_\beta \\ 0 & 2u_\beta & 0 & u_\gamma & 0 & u_\alpha \\ 0 & 0 & 2u_\gamma & u_\beta & u_\alpha & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

Elle est vérifiée, on le reconnaît aisément, pour $u = \alpha, \beta, \gamma$.

» Je passe maintenant à une autre question que j'ai laissée de côté dans ma dernière Communication, à savoir l'intégration de l'équation

$$(6) \qquad \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 = \frac{1}{(x^2 + y^2 + z^2 - R^2)^2}.$$

Les méthodes connues suffisent pleinement à la résolution de cette équation, et l'on obtient ainsi la définition suivante de la famille de surfaces qu'elle détermine, et qui fait partie, comme nous l'avons vu, d'un système triple de surfaces orthogonales.

» On prend une sphère fixe (S) et une surface fixe (Σ). Toutes les sphères qui coupent (S) sous un angle constant α, et suivant un cercle dont le plan est tangent à (Σ), enveloppent une surface (N_α). L'ensemble des surfaces (N_α) correspondant à toutes les valeurs de l'angle α constitue la famille cherchée. Les surfaces (N_α) ont pour trajectoires des cercles orthogonaux à (S).

» Si donc on veut trouver la famille satisfaisant à la définition précédente, et dont fait partie une surface donnée quelconque (N), on mènera des sphères tangentes à (N) et orthogonales à la sphère fixe (S). Les plans radicaux de ces sphères et de (S) envelopperont la surface (Σ) qui, jointe à (S), définit complétement la famille cherchée.

» L'équation (6) est comprise comme cas particulier dans la suivante :

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2=\frac{1}{A(x^2+y^2+z^2)^2+u_1(x^2+y^2+z^2)+u_2},$$

où u_1 et u_2 sont deux polynômes quelconques du premier et du second degré par rapport aux coordonnées x, y, z, et où A est une constante. Cette dernière équation, qui contient treize constantes, pourrait aussi être intégrée par l'emploi d'un système particulier de coordonnées curvilignes. »

ALGÈBRE. — *Sur les fonctions symétriques;* Note de M. **Fr. Faa de Bruno** (*).

« L'illustre Cayley, dans un Mémoire sur les fonctions symétriques (*Philosophical Transactions*, 1857), en reproduisant les Tables publiées en 1809 à Berlin par Meyerhirsch sur les fonctions susdites, a le premier fait la remarque que le coefficient d'une combinaison qu'il appelle (P) de la fonction symétrique (Q) est égal au coefficient de la combinaison (Q) de la fonction symétrique (P). Cette propriété cependant, à ma connaissance, n'a jamais été démontrée.

» J'ai cru qu'il aurait été bien utile à la science de donner à ces Tables une autre disposition, par laquelle cette propriété résulte plus évidente et pourra rendre la recherche d'une démonstration plus facile.

» M. Cayley dispose les Tables de façon que les coefficients des combinaisons qu'il appelle *conjuguées* se trouvent sur la diagonale à égale distance de rang des combinaisons relatives notées en tête des colonnes ou des lignes. Ces coefficients, comme il est facile de le voir, sont tous + 1 ou − 1, selon que le poids de la fonction est pair ou impair, remarque aussi due à M. Cayley.

» Je pars, au contraire, des combinaisons que j'appelle *associées*, dis-

(*) L'Académie a décidé que cette Note, bien que dépassant en étendue les limites réglementaires, serait insérée en entier aux *Comptes rendus*.

posées, en tête du tableau, de manière que le coefficient numérique respectif se trouve sur l'une des diagonales du tableau.

» Pour mieux fixer les idées, soit

$$x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \ldots + a_{n-1} x + a_r = 0 \tag{1}$$

l'équation proposée dont

$$\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \ldots,$$
$$\beta_1 \beta_2 \beta_3 \ldots,$$
$$\gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 \ldots$$

seront les racines.

» Les combinaisons des coefficients et des racines

$$a_\lambda^{\lambda'} a_\mu^{\mu'} a_\nu^{\nu'} \ldots, \tag{2}$$

$$(\alpha_1 \ldots \alpha_{\lambda'})^\lambda (\beta_1 \ldots \beta_{\mu'})^\mu (\gamma_1 \ldots \gamma_{\nu'})^\nu \tag{3}$$

seront *associées*, si l'on a

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda' + \mu' + \nu' + \ldots = l, \\ \lambda\lambda' + \mu\mu' + \nu\nu' + \ldots = p, \end{array} \right. \tag{4}$$

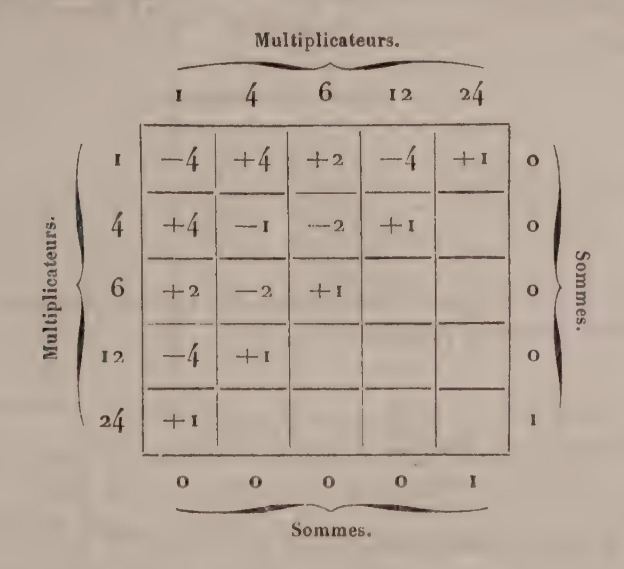
où l sera le plus grand des exposants $m, \mu, \lambda, \ldots$ de la fonction symétrique, et p son poids.

» Ainsi les indices de la combinaison (2) des coefficients deviendront les exposants des racines dans la combinaison (3), et les exposants de la première (2) marqueront le nombre des racines affectées du même exposant représenté par l'indice conjoint. Par exemple (Table VIII), $a_3 a_2^2 a_1$, $\alpha^3 \beta^2 \gamma^2 \delta$ sont combinaisons associées.

» Cela posé, on peut ajouter à la remarque de M. Cayley celle-ci : *La somme de toutes les fonctions symétriques d'un poids donné présente la même série de coefficients numériques par rapport à une combinaison* (C) *des coefficients que la combinaison associée* (S) *des racines présente par rapport à l'ensemble de toutes les combinaisons des coefficients de même poids.*

» Voici une propriété nouvelle de ces séries de coefficients : *Si on les multiplie respectivement, terme à terme, par les coefficients numériques polynômiaux correspondant au poids et qu'on additionne les produits, on aura des sommes zéro, excepté une, qui sera* $(-1)^p$. Cela résulte de ce que $(-a_1)^p$ est la $p^{\text{ième}}$ puissance de la somme des racines.

» Prenons, par exemple, la Table IV; on aura



Multiplicateurs.	1	4	6	12	24	Sommes.
1	−4	+4	+2	−4	+1	0
4	+4	−1	−2	+1		0
6	+2	−2	+1			0
12	−4	+1				0
24	+1					1
Sommes.	0	0	0	0	1	

» Cette propriété, jointe à celle découverte par M. Cayley, servira beaucoup à abréger les calculs si pénibles des fonctions symétriques. Certainement ils doivent avoir coûté beaucoup de travail à Meyerhirsch, qui développait les fonctions symétriques par le moyen des fonctions des puissances semblables des racines, et puis celles-ci en fonction des coefficients de l'équation proposée. Maintenant, par d'autres méthodes connues, on peut simplifier beaucoup ces calculs, en épargnant toutes les réductions des termes qui ne sont pas de poids égal à celui de la fonction; puis, par la propriété annoncée par M. Cayley, le nombre des coefficients à calculer pourra être réduit de moitié. Tout cela est placé sous un jour plus vif par nos Tables.

» Mais on peut encore les abréger par les nouvelles formules suivantes, qu'on pourrait étendre davantage si elles ne devenaient pas par trop compliquées.

Soient

p le poids de la fonction;

l le nombre des racines qui figurent dans la fonction;

$\Gamma(l) = 1.2.3\ldots(l-1)$;

r_1 le nombre des racines élevées à la première puissance;

r_2 le nombre des racines élevées à la deuxième puissance;

les quatre colonnes de coefficients correspondant à la combinaison des coefficients algébriques a_p, $a_{p-1}a_1$, $a_{p-2}a_2$, $a_{p-1}a_1^2$ seront données par le tableau suivant :

Colonnes.	Valeurs des coefficients.
a_p	$(-1)^l p\Gamma(l)$,
$a_{p-1}a_1$	$-(-1)^l[p\Gamma(l) - r_1(p-1)\Gamma(l-1)]$,
$a_{p-2}a_2$	$-(-1)^l[p\Gamma(l) - r_1(r_1-1)p - 2\Gamma(l-2) - 2r_2(p-2)\Gamma(l-1)]$,
$a_{p-1}a_1^2$	$(-1)^l[p\Gamma(l) - r_1(p-1)\Gamma(l-1) - r_2(p-2)\Gamma(l-1)]$.

(5)

Observations. — On divisera les résultats obtenus par autant de facteurs $1.2.3\ldots i$ qu'il y a de racines élevées à la même puissance i.

» *Exemples :*

$\Sigma\alpha^4\beta^2\gamma$; on a $p=7$, $l=3$, coeff. $a_7 = (-1)^3 7.1.2 = -14$;

$\Sigma\alpha^3\beta^2\gamma$; on a $p=6$, $l=3$, coeff. $a_5a_1 = -(-1)^3(6.2-5) = +7$;

$\Sigma\alpha^2\beta^2\gamma^2\delta\varepsilon$; on a $p=8$, $l=5$, coeff. $a_6a_2 = -(-1)^5\dfrac{[8\Gamma(5) - 2.6\Gamma(3) - 6.6\Gamma(4)]}{1.2\ldots1.2.3} = -4$;

$\Sigma\alpha^3\beta^2\gamma^2\delta$; on a $p=8$, $l=4$, coeff. $a_6a_1^2 = \dfrac{(-1)^4}{1.2}[8\Gamma(4) - 7.1.2 - 2.6.1.] = +5$;

» Ces formules sont déduites des équations aux dérivées partielles, données pour la première fois par M. Brioschi, qui lient entre eux les coefficients de l'équation proposée et les sommes des puissances semblables, dont la fonction proposée symétrique des racines peut être fonction.

» Au moyen de ces formules, la propriété due à M. Cayley peut être, pour le cas d'une ligne, aisément démontrée. Ainsi on peut voir que toute la ligne des coefficients correspondant à $\Sigma\alpha^p$ est égale à la colonne des coefficients commandée par a_p. En effet, par une formule connue (*) qui donne le développement de $s_p = \Sigma\alpha^p$, le cofficient de la combinaison (2) sera

$$p(-1)^l \frac{1.2.3\ldots(l-1)}{(m')(n')(r')\ldots}.$$

Or tel sera précisément en général le coefficient de la colonne a_p, donnée par la première des formules (5), si l'on a égard aux diviseurs qu'il faut introduire d'après les observations qu'on a indiquées dans le tableau.

(*) Serret : *Cours d'Algèbre supérieure*, ou bien mon *Traité de l'élimination*.

Tables des Fonctions symétriques, calculées par Meyerhirsch, avec une disposition nouvelle.

I

Σ	a_1
α	−1

II

Σ	a_2	a_1^2
α^2	−2	+1
$\alpha\beta$	+1	

III

Σ	a_3	$a_1 a_2$	a_1^3
α^3	−3	+3	−1
$\alpha^2\beta$	+3	−1	
$\alpha\beta\gamma$	−1		

IV

Σ	a_4	$a_3 a_1$	a_2^2	$a_2 a_1^2$	a_1^4
α^4	−4	+4	+2	−4	+1
$\alpha^3\beta$	+4	−1	−2	+1	
$\alpha^2\beta^2$	+2	−2	+1		
$\alpha^2\beta\gamma$	−4	+1			
$\alpha\beta\gamma\delta$	+1				

V

Σ	a_5	$a_4 a_1$	$a_3 a_2$	$a_3 a_1^2$	$a_2^2 a_1$	$a_2 a_1^3$	a_1^5
α^5	−5	−5	+5	−5	−5	+5	−1
$\alpha^4\beta$	+5	−1	−5	+1	+3	−1	
$\alpha^3\beta^2$	+5	−5	+1	+2	−1		
$\alpha^3\beta\gamma$	−5	+1	+2	−1			
$\alpha^2\beta^2\gamma$	−5	+3	−1				
$\alpha^2\beta\gamma\delta$	+5	−1					
$\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon$	−1						

VI

Σ	a_6	$a_5 a_1$	$a_4 a_2$	a_3^2	$a_4 a_1^2$	$a_3 a_2 a_1$	$a_3 a_1^3$	a_2^3	$a_2^2 a_1^2$	$a_2 a_1^4$	a_1^6
α^6	−6	+6	+6	+3	−6	−12	6	−2	+9	−6	+1
$\alpha^5\beta$	+6	−1	−6	−3	+1	+7	−1	+2	−4	+1	
$\alpha^4\beta^2$	+6	−6	+2	−3	+2	+4	−2	−2	+1		
$\alpha^3\beta^3$	+3	−3	−3	+5	+3	−3	0	+1			
$\alpha^4\beta\gamma$	−6	+1	+2	+3	−1	−3	+1				
$\alpha^3\beta^2\gamma$	−12	+7	+4	−3	−3	+1					
$\alpha^3\beta\gamma\delta$	6	−1	−2	0	+1						
$\alpha^2\beta^2\gamma^2$	−2	+2	−2	+1							
$\alpha^2\beta^2\gamma\delta$	+9	−4	+1								
$\alpha^2\beta\gamma\delta\varepsilon$	−6	+1									
$\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon\rho$	+1										

VII

Σ	a_7	$a_6 a_1$	$a_5 a_2$	$a_4 a_3$	$a_5 a_1^2$	$a_4 a_2 a_1$	$a_3^2 a_1$	$a_4 a_1^3$	$a_3 a_2^2$	$a_3 a_2 a_1^2$	$a_3 a_1^4$	$a_2^3 a_1$	$a_2^2 a_1^3$	$a_2 a_1^5$	a_1^7
α_7	−7	+7	+7	+7	−7	−14	−7	+7	−7	+21	−7	+7	−14	+7	−1
$\alpha^6\beta$	+7	−1	−7	−7	+1	+8	+4	−1	+7	−9	+1	−5	+5	−1	
$\alpha^5\beta^2$	+7	−7	+3	−7	+2	+4	+7	−2	−3	−6	+2	+3	−1		
$\alpha^4\beta^3$	+7	−7	−7	+5	+7	+2	−5	−3	+1	+3	0	−1			
$\alpha^5\beta\gamma$	−7	+1	+2	+7	−1	−3	−4	+1	−2	+4	−1				
$\alpha^4\beta^2\gamma$	−14	+8	+4	+2	−3	−8	+1	+3	+2	−1					
$\alpha^3\beta^3\gamma$	−7	+4	+7	−5	−4	+1	+2	0	−1						
$\alpha^4\beta\gamma\delta$	+7	−1	−2	−3	+1	+3	0	−1							
$\alpha^3\beta^2\gamma^2$	−7	+7	−3	+1	−2	+2	−1								
$\alpha^3\beta^2\gamma\delta$	+21	−9	−6	+3	+4	−1									
$\alpha^2\beta^2\gamma^2\delta$	−7	+1	+2	0	−1										
$\alpha^3\beta\gamma\delta\varepsilon$	+7	−5	+3	−1											
$\alpha^2\beta^2\gamma\delta\varepsilon$	−14	+5	−1												
$\alpha^2\beta\gamma\delta\varepsilon\varphi$	+7	−1													
$\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon\varphi\psi$	−1														

VIII

Σ	a_8	a_7a_1	a_6a_2	a_5a_3	a_4^2	$a_6a_1^2$	$a_5a_2a_1$	$a_4a_3a_1$	$a_4a_2^2$	$a_5a_1^3$	$a_4a_2a_1^2$	$a_4a_1^4$	$a_2a_3^2$	$a_3^2a_1^2$	$a_3a_2^2a_1$	$a_3a_2a_1^3$	$a_3a_1^5$	a_2^4	$a_2^3a_1^2$	$a_2^2a_1^4$	$a_2a_1^6$	a_1^8
α^8	−8	+8	+8	+8	+4	−8	−16	−16	−8	+8	+24	−8	−8	+12	+24	−32	+8	+2	−16	+20	−8	+1
$\alpha^7\beta$	+8	−1	−8	−8	−4	+1	+9	+9	+8	−1	−10	+1	+8	−5	−17	+11	−1	−2	+9	−6	+1	
$\alpha^6\beta^2$	+8	−8	+4	−8	−4	+2	+4	+16	−4	−2	−6	+2	+2	−9	0	+8	−2	+2	−4	+1		
$\alpha^5\beta^3$	+8	−8	−8	+7	−4	+8	+1	+1	+8	3	−9	+3	7	+3	+6	−3	0	−2	+1			
$\alpha^4\beta^4$	+4	−4	−4	−4	+6	+4	+8	−8	−4	−4	+4	0	+4	+2	−4	0	0	+1				
$\alpha^6\beta\gamma$	−8	+1	+2	+8	+4	−1	−3	−9	−2	+1	+4	−1	−5	+5	+5	−5	+1					
$\alpha^5\beta^2\gamma$	−16	+9	+4	+1	+8	−3	+10	−10	−4	+3	+11	−3	+5	−1	−3	+1						
$\alpha^4\beta^3\gamma$	−16	+9	+16	+1	−8	−9	−10	+10	0	+4	−1	0	−1	−2	+1							
$\alpha^4\beta^2\gamma^2$	−8	+8	−4	+8	−4	−2	−4	0	+4	+2	−2	0	−2	+1								
$\alpha^5\beta\gamma\delta$	+8	−1	−2	3	−4	+1	+3	+4	+2	+1	−4	0	+1									
$\alpha^4\beta^2\gamma\delta$	+24	−10	−6	−9	+4	+4	+11	−1	−2	−4	0	+1										
$\alpha^4\beta\gamma\delta\varepsilon$	−8	+1	+2	+3	0	−1	−3	0	0	0	+1											
$\alpha^3\beta^3\gamma^2$	−8	+8	+2	7	+4	−5	+5	−1	−2	+1												
$\alpha^3\beta^3\gamma\delta$	+12	−5	−9	+3	+2	+5	−1	−2	+1													
$\alpha^3\beta^2\gamma^2\delta$	+24	−17	0	+6	−4	+5	−3	+1														
$\alpha^3\beta^2\gamma\delta\varepsilon$	−32	+11	+8	−3	0	−5	+1															
$\alpha^3\beta\gamma\delta\varepsilon\varphi$	+8	−1	−2	0	0	+1																
$\alpha^2\beta^2\gamma^2\delta^2$	−2	−2	+2	−2	+1																	
$\alpha^2\beta^2\gamma^2\delta\varepsilon$	−16	+9	−4	+1																		
$\alpha^2\beta^2\gamma\delta\varepsilon\varphi$	+20	−6	+1																			
$\alpha^2\beta\gamma\delta\varepsilon\varphi\psi$	−8	+1																				
$\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon\varphi\psi\theta$	+1																					

» Ces Tables mettent clairement en évidence la propriété que les coefficients numériques sont symétriques par rapport à la diagonale où se croisent les coordonnées des combinaisons associées, ce qui ne résulte pas des anciennes Tables. »

ÉLECTRICITÉ. — *Sur l'influence électrique;* 15e Note de M. **P. Volpicelli** (1).

« J'ai démontré, par des expériences précédentes, que l'électricité induite de première espèce, c'est-à-dire l'électricité contraire à l'inductrice, ne possède point de tension; à ces expériences j'ajoute celle qui suit :

» Appliquons, à l'extrémité d'un cylindre métallique induit et isolé qui est la plus voisine de l'inductrice, un couple de paillettes électrométriques, qui, pour plus de simplicité et d'exactitude, divergent seulement dans un plan vertical, c'est-à-dire perpendiculaire à l'axe horizontal du cylindre; entourons les paillettes, lorsqu'elles sont déjà divergentes par l'effet de l'influence électrique, avec un récipient conducteur, communiquant bien avec le sol. Ce récipient pourra être, soit en verre bien mouillé, soit en métal : il pourra même être formé par un réseau métallique à mailles très-serrées; il sera utile que sa section horizontale soit suffisamment étroite. A peine les paillettes sont-elles entourées par ce récipient, qu'on voit leur divergence diminuer considérablement; il en résulte que la cause principale de cette divergence consistait dans l'induction dite *curviligne*, laquelle est interceptée par le récipient conducteur. Si l'on fait ensuite communiquer avec le sol le cylindre induit, la très-petite divergence qu'avaient conservée les paillettes disparaît complétement; on en conclut que la faible divergence restante était due à l'homonyme de l'inductrice, répandue déjà dans le sol, et non à l'induite de première espèce, qui se trouve sur le cylindre, laquelle, par conséquent, n'a pas de tension.

» Les physiciens qui soutiennent avec Faraday, comme je le soutiens moi-même, que l'influence électrique ne peut traverser les conducteurs, doivent soutenir aussi que les causes de la divergence des paillettes, lorsqu'elles ne sont pas entourées d'un récipient conducteur, sont les deux suivantes :

» 1° L'influence curviligne, qui produit la plus grande partie de la divergence; cette influence venant à être interceptée par le récipient conducteur qui entoure les paillettes, leur divergence est considérablement diminuée;

» 2° L'homonyme de l'inductrice qui est distribuée sur le cylindre in-

---

(1). Pour les quatorze Notes précédentes, voir : *Comptes rendus*, t. XL, p. 246; t. XLI, p. 553; t. XLIII, p. 719; t. XLIV, p. 917; t. XLVII, p. 623 et 664; t. XLVIII, p. 1162; t. LIX, p. 570 et 962; t. LX, p. 1338; t. LXI, p. 548; t. LXVII, p. 844; t. LXIX, p. 733; t. LXXIV, p. 862.

duit et sur les paillettes, qui produit pour une faible part la divergence, et qui est totalement annulée quand le cylindre est mis en communication avec le sol, quoique l'influence, tant sur le cylindre induit que sur les paillettes, *soit accrue par cette communication.*

» Il est évident que, si l'induite de première espèce, ou contraire à l'inductrice, était douée de tension, la divergence des paillettes devrait s'accroître quand le cylindre induit cesse d'être isolé; elle est, au contraire, entièrement annulée, si les paillettes sont entourées d'un récipient conducteur, par la raison que l'induite de première espèce ne possède aucune tension.

» Les physiciens qui prétendent que l'influence électrique traverse aussi les conducteurs, et en outre que l'électricité induite de première espèce est douée de tension, doivent, pour expliquer l'expérience précédente, considérer toutes les forces électriques, qui, selon eux, agissent sur les paillettes, comme ayant une résultante nulle. Dans cette hypothèse, ces forces seraient au nombre de trois, savoir : 1° l'influence qui traverse le récipient conducteur; 2° l'induite sur la surface externe du récipient; 3° l'induite sur le cylindre communiquant avec le sol, à laquelle les paillettes doivent également participer.

» Pour démontrer que cette explication manque de fondement, il suffit de prouver que, même en supposant l'existence de ces trois forces, la résultante ne pourrait s'annuler, et que, par conséquent, il devrait se produire une divergence dans les paillettes. On peut, pour cela, opérer de la manière suivante : éloignons le cylindre avec les paillettes, ainsi que l'inducteur; mais laissons à la même place le récipient de substance conductrice, non isolé. Introduisons alors dans le récipient un plan d'épreuve, et soumettons de nouveau ce récipient à l'influence électrique; pendant ce temps, faisons communiquer, pour un instant, le plan d'épreuve avec le sol, soit en le touchant avec un fil métallique fin, soit en le mettant en contact avec la surface interne du récipient. Enfin éloignons l'influence électrique, et mettons le plan lui-même en contact avec le bouton d'un électroscope à pile sèche : on n'obtiendra aucun signe d'électrisation.

» On doit conclure de ce résultat que les deux premières forces supposées, l'une procédant de l'influence qui traverserait les conducteurs, l'autre provenant de l'induite qui existe sur la surface externe du récipient, et qui serait douée de tension, produisent sur le plan d'épreuve et, par suite, sur les paillettes un effet nul.

» Donc, des trois forces électriques supposées, il ne reste à considérer

que la troisième, c'est-à-dire celle qui est due à l'électricité induite de première espèce sur le cylindre, et à laquelle ces paillettes doivent aussi participer. Mais cette électricité ne pouvant produire la divergence des paillettes, ainsi que la première expérience l'a démontré, elle doit être considérée comme privée de tension.

» Je crois devoir rappeler que c'est Œpinus qui a reconnu le premier que l'induite de première espèce ne possède pas de tension (*Tentamen theoriæ electricitatis et magnetismi*. Petropoli, 1759, p. 61, 52); la même propriété fut ensuite reconnue par les physiciens suivants : De Luc (1787); Lichtenberg (1794); Fischer (1804); Volta (1816); Pfatt (1831 et 1838); Knochenhauer (1839); Petrina (1844); Melloni (1854); Eisenlohr (1863). »

CHIMIE. — *Action des lames minces liquides sur les solutions sursaturées; Réponse aux Communications précédentes de MM.* Tomlinson et G. van der Mensbrugghe; par M. **Ch. Viollette**.

« La dernière Communication que M. van der Mensbrugghe a faite à l'Académie, et qui se trouve insérée dans les *Comptes rendus* du 6 janvier (p. 45), justifie pleinement la méthode que j'ai adoptée pour l'étude des solutions sursaturées, dans le Mémoire présenté à l'Académie par M. Pasteur, le 24 avril 1865, en même temps que les premiers essais de M. Gernez sur le même sujet. Ce Mémoire a été publié, tel qu'il a été présenté à l'Académie, dans les *Annales scientifiques de l'École Normale* (t. III, 1866, p. 205 et suiv.), dans le *Mémorial de la Société des Sciences* de Lille (1866, t. III, p. 361 et suiv.), et dans une brochure éditée par M. Gauthier-Villars, en 1867, avec d'autres recherches sur la sursaturation.

» Il ne sera peut-être pas inutile de rappeler à l'Académie le principe même de la méthode que j'ai choisie, parce que cette méthode, dont MM. Tomlinson et van der Mensbrugghe ne paraissent pas avoir connaissance, m'a permis de résoudre complétement, et sans objection possible, les questions soulevées récemment par ces deux savants.

» Afin d'éviter les complications que l'air ordinaire peut apporter dans les expériences, je me suis toujours astreint à n'opérer que dans le vide, ou dans des atmosphères d'air ordinaire préalablement calciné ou simplement tamisé sur du coton. Tantôt je me servais d'un appareil analogue à celui que M. Pasteur a employé dans ses recherches sur les générations spontanées, tantôt je faisais le vide dans les ballons qui servaient aux expériences, par l'ébullition des liquides qu'ils contenaient, et j'y laissais rentrer l'air

ou des substances diverses, par des dispositions variables suivant les circonstances.

» Si MM. Tomlinson et van der Mensbrugghe veulent bien prendre connaissance des expériences décrites au chapitre V, § II, de mon Mémoire, et les répéter en suivant les dispositions indiquées dans les *fig.* 8 ou 10, ils pourront se convaincre que jamais, dans ces conditions, aucun des liquides qu'ils citent ne fait cesser la sursaturation, qu'on le fasse agir en quantité excessivement minime (en lames minces) ou en masse considérable.

» MM. Tomlinson et van der Mensbrugghe ont répondu, dans la Note du 6 janvier, à M. Gernez, qui avait invoqué contre leurs expériences l'influence des poussières cristallines de l'air, que précisément « cette action » est en tous points conforme à la théorie de la tension superficielle; en » effet (selon ces Messieurs), les cristaux microscopiques de l'air ne pro» duisent pas la solidification comme tels, mais seulement parce qu'ils sont » recouverts de substances plus ou moins grasses; et ce qui démontre la » justesse de cette explication, c'est que M. Tomlinson a prouvé directe» ment que des cristaux chimiquement purs et de même nature que ceux » de la solution ne donnent pas lieu à la solidification de la masse en» tière. »

» Cette réponse prouve que MM. Tomlinson et van der Mensbrugghe ont trouvé le point faible de la méthode de M. Gernez, qui n'est autre, du reste, que la méthode suivie par Schröder, et ils en profitent pour leur théorie, sans qu'il soit possible de les réfuter et de les atteindre dans leurs derniers retranchements, tant qu'on se bornera à opérer dans l'air ordinaire.

» Aussi, prévoyant cette objection des partisans des forces inductives, des actions catalytiques et autres causes occultes, je m'étais déjà posé en 1860, dans mes premiers essais sur la sursaturation, cette question : « Lorsqu'on fait tomber un cristal de sulfate de soude dans une solution » sursaturée de ce sel, est-ce bien le cristal qui est la cause de la cristalli» sation? N'est-ce point plutôt l'air logé dans ses anfractuosités, avec ses » actions inductives, d'après Schröder, ou les poussières déposées à sa » surface? » ou bien, ajouterai-je aujourd'hui, les matières grasses en lames excessivement minces de MM. Tomlinson et van der Mensbrugghe? « Pour décider la question, il est absolument nécessaire de ne mettre en » présence de la solution que le *cristal seul*, en évitant la présence de l'air et » des corps étrangers qui ont pu se déposer à la surface du cristal. »

» Dès 1860, la question fut décidée et résolue par une méthode rigoureuse, décrite dans le Mémoire cité, chap. IV, § III, en me servant des ap-

pareils représentés *fig.* 10 et 12. En rappelant ces faits, j'aime à croire que M. Gernez voudra bien reconnaître l'utilité de cette méthode et admettre que, sur ce point, la priorité ne saurait m'être contestée.

» Si MM. Tomlinson et van der Mensbrugghe veulent bien répéter mes expériences, ils reconnaîtront que, contrairement à ce qu'ils affirment dans la Note du 6 janvier, un cristal de sulfate de soude à 10 équivalents d'eau donne toujours lieu à la solidification d'une solution sursaturée de ce sel; que c'est bien uniquement le cristal qui provoque la cristallisation, et non les lames minces de substances grasses ou autres qui l'entourent, puisqu'ils pourront opérer, comme je l'ai fait, avec un cristal formé dans le vide aux dépens d'une portion de la liqueur sursaturée. Ils pourront maintenir ce cristal aussi longtemps qu'ils le voudront à côté de la liqueur sursaturée et provoquer sa cristallisation en masse en l'amenant au contact de ce cristal. »

CHIMIE. — *Sur quelques combinaisons où le phosphore paraît exister dans un état analogue au phosphore amorphe;* 2e Note de M. **Arm. Gautier**, présentée par M. Wurtz.

« Dans une précédente Note, j'ai fait l'histoire d'une combinaison du phosphore répondant à la formule P^4HO, obtenue en faisant réagir le protochlorure de phosphore sur l'acide phosphoreux; le composé que je me propose de décrire ici est, par ses propriétés physiques et par ses réactions générales, tout à fait l'analogue du précédent; il en diffère par PH^2 et répond à la formule P^5H^3O.

» On a remarqué depuis longtemps que lorsqu'on traite par l'eau le biiodure de phosphore, on obtient quelquefois une poudre jaune ou orangée, insoluble, et un dégagement d'hydrogène phosphoré. Cette poudre avait été prise successivement pour du sous-oxyde de phosphore, du phosphore amorphe, de l'hydrure solide de phosphore. Elle ne se produit pas toujours; quand on mêle peu à peu de l'eau au biiodure de phosphore, on le transforme, pourvu qu'il s'échauffe suffisamment, en un mélange d'acides iodhydrique, phosphoreux et hypophosphoreux, formés suivant l'équation

$$2PI^2 + 5H^2O = 4HI + PH^3O^3 + PH^3O^2.$$

» Il n'en est plus ainsi si l'on fait agir à la fois, à froid ou à chaud, une grande masse d'eau sur ce biiodure; dans ces cas, il se produit des composés jaunes, cristallins ou amorphes.

» Quand on jette par petites portions du biiodure de phosphore dans un grand excès d'eau à 80 ou 90 degrés, il se fait d'abord une solution citrine qui précipite bientôt d'abondants flocons couleur jaune franc. Ce précipité recueilli, lavé à l'eau bouillie, séché dans le vide, a donné les résultats analytiques suivants :

	I.	II.	Nombres calculés pour P^5H^3O.
P	90,04	89,32	89,09
H	1,87	1,78	1,72
O	8,09	8,90	9,19

» Ce composé correspond donc à la formule P^5H^3O ou à l'un de ses multiples.

» La liqueur où ce corps s'est déposé est un mélange d'acides phosphoreux, hypophosphoreux et iodhydrique. L'équation qui explique la réaction est donc la suivante :

$$12PI^2 + 24H^2O = P^5H^3O + 3PH^3O^3 + 3PH^3O^4 + PH^3O^2 + 24HI.$$

» En même temps que le composé P^5H^3O se précipite, il se produit, à chaud surtout, un dégagement d'hydrogène phosphoré qui indique qu'au moment où il prend naissance le corps P^5H^3O subit partiellement une décomposition, que l'on peut d'ailleurs produire directement et complétement en le chauffant quelques heures avec de l'eau à 170 degrés. Dans ces conditions, ce corps se transforme intégralement en acides phosphoreux, hypophosphoreux et hydrogène phosphoré, suivant l'équation

$$P^5H^3O + 6H^2O = PH^3O^3 + 2PH^3O^2 + 2PH^3.$$

» Aussi la quantité de corps jaune qui se produit par la décomposition du biiodure de phosphore est-elle à peu près le tiers de celle qu'indique le calcul.

» Le composé P^5H^3O est amorphe ou ne présente, quand il s'est formé lentement et à froid, que des rudiments de cristallisation. Sa couleur est le jaune pur; il est dénué d'odeur et de saveur, et insoluble dans tous les dissolvants.

» Humide, il s'oxyde lentement à l'air; sec, il ne s'oxyde, même à 100 degrés, que très-difficilement. L'acide nitrique ordinaire, surtout un peu chaud, l'oxyde si violemment que les gaz deviennent incandescents et produisent souvent de dangereuses explosions. L'acide sulfurique le dissout à chaud et dégage avec lui, en l'oxydant, de l'acide sulfureux. Mêlé de

chlorate de potasse, ce corps détone par le choc. Chauffé ou frappé avec de l'oxyde de cuivre, il s'enflamme sans bruit.

» Chauffé dans un courant d'acide carbonique sec, le corps P^5H^3O commence à émettre, vers 135 degrés, du gaz hydrogène phosphoré. Si l'on continue à élever la température, la quantité du gaz dégagée augmente, puis diminue jusqu'à 275 degrés. A cette température, 1 gramme du résidu ne perd plus sensiblement en une heure ni hydrure de phosphore, ni phosphore; ce n'est que vers 350 degrés que du phosphore ordinaire commence à distiller abondamment.

» Le corps qui résulte ainsi de la décomposition de P^5H^3O par perte d'hydrogène phosphoré, et que l'on peut chauffer jusqu'à 325 degrés, sans changer sa composition, contient encore de l'hydrogène, comme l'indiquent les analyses suivantes :

	I.	II.
P.................	89,01	88,50
H.................	0,68	0,73
O.................	10,31	10,77

» La formule $P^{13}H^3O^3$ correspond aux chiffres $P = 88,78$; $H = 0,66$; $O = 10,56$.

» Si, sans se préoccuper d'une composition aussi inattendue, on admet l'existence du composé $P^{13}H^3O^3$, l'équation suivante indique la réaction qui lui donne lieu :

$$3P^5H^3O = 2PH^3 + P^{13}H^3O^3.$$

» Le corps $P^{13}H^3O^3$ est-il une espèce chimique stable et définie, ou bien n'est-il qu'un mélange de trois molécules du corps P^4HO que j'ai déjà décrit et d'un atome de phosphore? Je penche vers la première de ces deux hypothèses; mais je me propose de revenir sur ce corps en étudiant le composé définitif qui se forme quand on chauffe longtemps à 350 degrés ces diverses combinaisons, jusqu'à leur enlever tout le phosphore qu'elles peuvent perdre à cette température.

» Les acides non oxydants, étendus ou non, n'altèrent pas le corps P^5H^3O.

» Il en est autrement des alcalis; même très-dilués, ils brunissent aussitôt ce composé et le détruisent lentement et entièrement suivant l'équation

$$P^5H^3O + 5KHO + 4H^2O = PH^3 + 3H^2 + 3PH^2KO^2 + PHK^2O^4.$$

» La disparition complète à froid du corps P^5H^3O dans la potasse très-

étendue prouve du reste qu'il n'est pas mêlé de phosphore amorphe inattaquable dans ces conditions.

» Le gaz ammoniac s'unit vivement au corps P^5H^3O et forme avec lui un corps brun, où AzH^3 est combiné d'une manière très-instable, car il suffit de traiter cette poudre par l'acide chlorhydrique étendu pour reproduire le corps primitif. Si l'on chasse par un courant d'air sec à 35 degrés l'excès de gaz ammoniac, il reste une combinaison répondant approximativement à la formule $P^5H^3O, 2AzH^3$, qu'une température plus élevée décompose sans reproduire le corps P^5H^3O.

» Les propriétés générales du composé principal qui fait le sujet de cette Note, sa couleur, son insolubilité, la façon dont il se comporte avec les acides et les bases, le dégagement d'hydrogène phosphoré et de phosphore qu'il donne quand on le chauffe, tous ces caractères lui sont communs avec l'hydrogène phosphoré solide décrit par M. P. Thenard. Aussi un chimiste étranger, M. Rüdorff (1), a-t-il cru pouvoir avancer que le corps jaune qui se forme par l'action de l'eau sur le biiodure de phosphore n'était autre que l'hydrogène phosphoré P^2H. Il n'en est rien : ce dernier contient 98,4 pour 100 de phosphore; il ne laisse pas de résidu oxygéné quand on le chauffe, il produit de violentes explosions avec l'oxyde de cuivre, caractères qui le différencient du corps que je décris ici, corps qui d'ailleurs, lorsqu'il est bien préparé, ne donne jamais plus de 90 pour 100 de phosphore à l'analyse.

» Je me propose de décrire bientôt de nouveaux composés appartenant à cette série de combinaisons du phosphore, où les atomes de cet élément paraissent unis les uns aux autres comme le sont ceux de carbone dans les corps organiques, ou comme les radicaux diatomiques ou tétratomiques le sont quelquefois entre eux, ainsi que cela a lieu pour l'éthylène dans les alcools polyéthyléniques et l'acétylène dans la benzine. De ce mode de groupement dérive cette propriété, que le phosphore peut être chassé de ces composés, molécule à molécule, à une température un peu élevée, dans des conditions analogues à celles où le phosphore amorphe se transforme lui-même, peu à peu, en phosphore ordinaire. »

---

(1) *Zeitschrift für Chemie* [2], t. II, p. 637.

OPTIQUE. — *Sur les modifications de la lumière chromatique à travers les verres colorés employés en Oculistique;* Note de M. A. CHEVALIER.

« J'ai l'honneur de soumettre à l'Académie les résultats de recherches qui ont eu pour but de préciser la teinte que l'on doit adopter pour les verres colorés, lorsqu'on veut soustraire l'organe visuel à l'action des rayons rouges et jaunes qui irritent la rétine à un haut degré.

» Ayant produit un spectre solaire, et interposé des lames colorées de même intensité, j'ai obtenu les effets ci-après, par l'emploi des couleurs suivantes :

» Verre vert : le violet pâlit, le rouge devient lie de vin.

» Verre bleu : pâlit le jaune et le rouge, laisse le violet.

» Verre de teinte enfumée : pâlit le jaune et le rouge plus que le bleu.

» Verre bleu noir (teinte neutre) : pâlit le jaune et le rouge plus que tout autre verre coloré.

» *Conclusion.* — Le verre vert, que l'on a préconisé pour exciter la rétine dans certaines formes d'amblyopie, donne un résultat peu concluant. Le verre bleu noir (teinte neutre) est le plus parfait, puisqu'il éteint le jaune et le rouge plus que tous les autres.

» Si l'on tient compte de la lumière modifiée et de la lumière absorbée, on pourra donc employer :

1° Le bleu noir, de teinte plus ou moins foncée, pour soustraire l'œil à la vive lumière (cataractes, photophobie);

» 2° Le bleu noir, de teinte légère ou extra-légère, pour le travail du jour ou du soir sur les objets rapprochés.

» La teinte *bleue* et la teinte *enfumée* deviennent inutiles. La teinte bleu noirâtre a été indiquée pour la première fois en 1819, par l'abbé Rochon, Vincent Chevalier, Charles Chevalier.

» Le verre d'urane, qui s'échauffe peu, agit comme le verre vert; il est donc nuisible, et, dans tous les cas, le verre bleu noir doit être préféré. »

M. E. DECAISNE demande et obtient l'autorisation de retirer du Secrétariat diverses Notes sur lesquelles il n'a pas été fait de Rapport.

M. DUPERRAY demande et obtient l'autorisation de retirer du Secrétariat son Mémoire sur la tension de la vapeur d'eau, Mémoire qui n'a pas été l'objet d'un Rapport.

A 4 heures trois quarts, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 5 heures trois quarts. É. D. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

L'Académie a reçu, dans la séance du 6 janvier 1873, les ouvrages dont les titres suivent :

The modes of origin of lowest organisms : including a discussion of the experiments of M. PASTEUR, *and a reply to some statements by professors Huxley and Tyndall; by* H. CHARLTON-BASTIAN. London and New-York, Macmillan, 1871; 1 vol. in-12, relié. (Présenté par M. Fremy.)

Diseases of the ovaries : their diagnosis and treatment; by T. SPENCER-WELLS. London, J. et A. Churchill; New-York, Appleton and C°, 1872; 1 vol. in-8° relié. (Présenté par M. Nélaton pour le Concours Montyon, Médecine et Chirurgie, 1873.)

Intorno ad uno scritto del sig. prof. Angelo Genocchi. Lettera del conte Luigi-Federigo MENABREA a D.-B. BONCOMPAGNI. Roma, 1872; in-4°. (Estratto dal *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche e fisiche.*)

Prof. Giov. MORO. *Il gran Ghiacciaio della Toscana. Lettera all' illustre sig. prof. Meneghini a Pisa.* Prato, tip. Giachetti, 1872; br. in-8°. (Présenté par M. Élie de Beaumont.)

Beiträge zur Geschichte der Schweizerkarten; von Professor Dr Rudolf WOLF. I. *Eine Vorlesung von Johannes Feer im Jahre* 1817. Zurich, 1873; in-4°.

Zpravy spolku Chemikuv ceskych, rediguje prof. V. SAFARIK; sesit I et II. Praze, 1872.

Plano topografico y geologico de la Republica de Chile, levantado por orden del Gobierno, bajo la direccion de A. PISSIS; carte en 13 feuilles grand-aigle.

Annales de l'Université de la nouvelle Russie, t. VI. Odessa, 1872; in-8°, en langue russe.

L'Académie a reçu, dans la séance du 13 janvier 1873, les ouvrages dont les titres suivent :

Annuaire pour l'an 1873, *publié par le Bureau des Longitudes.* Paris, Gauthier-Villars, 1873; 1 vol. in-18.

Annuaire météorologique de l'Observatoire physique central pour l'an 1873. Paris, Gauthier-Villars, 1873; 1 vol. in-18.

Voyage d'exploration en Indo-Chine, effectué pendant les années 1866, 1867 *et* 1868, *par une Commission française présidée par M. le capitaine de frégate Doudart de Lagrée, et publié par les ordres du Ministre de la Marine,* sous la direction de M. le lieutenant de vaisseau Fr. GARNIER. Paris, Hachette et Cie, 1873; 2 vol. in-4°, illustrés et accompagnés d'un atlas in-fol. divisé en deux parties. 1re partie, cartes et plans; 2e partie, album pittoresque. (Présenté par M. l'amiral Jurien de la Gravière.)

Carte particulière de la côte septentrionale d'Afrique; par M. E. MOUCHEZ, capitaine de frégate, publiée au Dépôt des cartes et plans de la Marine, feuilles 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12; 7 cartes grand-aigle.

Cours de Physique à l'usage des élèves de la classe de Mathématiques spéciales; par Ch. BRISSE *et* Ch. ANDRÉ. Paris, Dunod, 1873; 1 vol. in-8°, avec figures. (Présenté par M. Faye.)

Nouveaux éléments d'Anatomie descriptive et d'Embryologie; par H. BEAUNIS *et* A. BOUCHARD; 2e édition. Paris, J.-B. Baillière, 1873; 1 vol. in-8°, relié. (Présenté par M. le Baron Larrey pour le Concours des prix Montyon, Médecine et Chirurgie, 1873.)

La France industrielle ou Description des industries françaises; par P. POIRÉ. Paris, Hachette et Cie, 1873; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. H. Sainte-Claire Deville.)

Des machines à vapeur. Leçons faites en 1869-1870 *à l'École impériale des Ponts et Chaussées; par* F. JACQMIN. Paris, Garnier frères, 1870; 2 vol. in-8°. (Présenté par M. H. Sainte-Claire Deville.)

De l'exploitation des chemins de fer. Leçons faites en 1867 *à l'École impériale des Ponts et Chaussées; par* F. JACQMIN. Paris, Garnier frères, 1868; 2 vol. in-8°. (Présenté par M. H. Sainte-Claire Deville.)

Les chemins de fer pendant la guerre de 1870-1871. *Leçons faites en* 1872 *à l'École des Ponts et Chaussées; par* F. JACQMIN. Paris, Hachette et Cie, 1872; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. H. Sainte-Claire Deville.)

Cours de Chimie agricole, professé à l'École d'Agriculture de Grignon; par P.-P. DEHÉRAIN, Paris, Hachette et Cie; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Élie de Beaumont.)

Sur quelques intégrales définies; par J. GRAINDORGE. Sans lieu ni date; opuscule in-8°. (Présenté par M. Bertrand.)

Mémoire sur l'intégration des équations aux dérivées partielles des deux premiers ordres; par J. GRAINDORGE. Liége, E. Decq; Paris, Gauthier-Villars; Bruxelles, F. Hayez, 1872; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Bertrand.)

Mémoire sur l'intégration des équations de la Mécanique; par J. GRAINDORGE. Bruxelles, F. Hayez, 1871; br. in-8°. (Présenté par M. Bertrand.)

Nouvelles études sur le choléra asiatique. Le sulfure noir de mercure proposé pour préserver l'Italie de ce terrible fléau; par M. le Dr S. CADET, traduction du comte Charles DES DORIDES. Rome, imp. de l'Italie, 1872; br. in-8°.

Société des Sciences, de l'Agriculture et des Arts de Lille. Discours prononcé par M. B. CORENWINDER, *Président de la Société, dans la séance solennelle du* 29 *décembre* 1872. Lille, imp. L. Danel, 1872; br. in-8°.

TAMIN-DESPALLES. *Note sur la constitution médicale de Paris pendant les mois d'octobre, de novembre et de décembre* 1872. Paris, 1873; 4 pages autographiées, in-4°.

Histoire du Ciel; par C. FLAMMARION, dessins et planisphère par Benett. Paris, J. Hetzel et Cie, 1872; 1 vol. grand in-8°.

Essais d'orographie sous-marine de l'océan Atlantique septentrional; par J. GIRARD. Abbeville, imp. Briez et Cie, 1872; br. in-8°. (Extrait du *Bulletin de la Société de Géographie.*)

Mémoires de la Société d'Agriculture, Sciences et Arts d'Angers; t. XV, 1872, n° 2. Angers, imp. Lachèse, 1872; in-8°.

Proceedings of the Zoological and Acclimatation Society of Victoria, and Report of the annual meeting of the Society held 1 *st march* 1872, t. I. Melbourne, F.-A. Masterman; 1 vol. in-8°.

Nederlandsch kruidkundig Archief. Verslagen en mededeelingen der Nederlandsche botanische vereenining; tweede serie, 1r deel, 2e stuk. Nijmegen, A. Blomhert, 1872; in-8°.

Athenæum. Entwurf einer internationalen Akademie; von E. REICH. Coburg, A. Rossteutscher, 1872; opuscule in-8°. (2 exemplaires.)

E. DIAMILLA-MULLER. *Rivista scientifica per l'anno* 1872; secondo semestre, t. II. Milano, imp. della *Gazetta di Milano*, 1872; 1 vol. in-12.

ERRATA

(t. LXXVI, 1er semestre de 1873).

Page 83, ligne 29, *après* soit de sphères, *ajoutez* soit de cylindres.
Page 84, ligne 5, *au lieu de* ABC, *lisez* A, B, C.
Page 85, ligne 30, *au lieu du signe* +, *lisez* =.
Page 86, ligne 12, *au lieu de* u_{y^2}, *lisez* u_{y2}.